جمهوريـــة العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للتعليم المهني

مبادئ الاحصـــــاء
التجاري/ عام
الأول

المؤلفون

أ. كمال علوان خلف المشهداني

أ. د. ضوية حسن سلمان   أ.م.د. صفاء علي ناصر الهيتي

م.م ميسون حميد فرج   علاء الدين مهدي

نضال ساجت فاضل   بان عبد اللطيف جاسم

الطبعة الرابعة   1447 هـ - 2025 م

المقدمة

الحمد لله الذي أعاننا لإنجاز هذا الكتاب ((مبادئ الإحصاء)) بعدما تم تكليفنا من قبل وزارة التربية/المديرية العامة للتعليم المهني لتأليفه بهدف تزويد وتأهيل طلبة الفرع التجاري بمعارف عن هذه المادة، التي تتضمن موضوعات نطمح أن يتعلمها ويستوعبها أبناءنا الطلبة الأعزاء وهي جزء من النظرية الإحصائية التي أصبحت في الوقت الحاضر ضرورة من ضرورات تقدم البلدان وذلك للارتباط الوثيق بين الإحصاء والتخطيط والتنمية والعلوم الأخرى، فالمتتبع لعلم الإحصاء وتعريفاته الشمولية يتأكد له استنتاج مفاده أن الإحصاء وسيلة أو وسائل تضم الكثير من النظريات والقوانين والقواعد والطرق التي تستعمل في جمع البيانات وتبويبها وتصنيفها وعرضها ودراسة وتحليل المشاكل والظواهر المتواجدة في قطاعات الدولة ومجالات الحياة المختلفة (المالية، التجارية، السكانية، الاقتصادية، الزراعية، الصحية، البيئية، الاجتماعية، التربوية، الرياضية، الجغرافية، الجيولوجية، الصناعية، الهندسية، النفطية، الإنشائية،وغيرها) وتفسيرها والتنبؤ لها،من اجل الوصول الى التفسير المطلوب للظاهرة المراد دراستها فضلا عن عمل الإحصاءات المتنوعة التي تخص الدخل والقوى العاملة والثروات والآلات والمكائن والولادات والوفيات والمعامل والمصانع والإنتاج والمحاصيل الزراعية والمساحات المزروعة وغيرها، والتي تعد مادة التخطيط الناجح الذي يسهم بجعل البلد بمستوى البلدان المتقدمة.

قد كتب هذا الكتاب بأسلوب سلس ومفهوم، معتمدين في عرضه على السهولة والبساطة والأمثلة الكثيرة التي تزيد ترسيخ الوضوح والاستيعاب لتعليم الطلبة الأدوات والوسائل الإحصائية البسيطة وكيفية استعمالها وتوظيفها في المجالات التطبيقية والعملية، ونأمل من الإخوة مدرسي هذه المادة معاونة طلبتنا في الشرح والتوضيح والمتابعة، ولترسيخ أهمية دراسة هذه المادة وفوائدها المرجوة في عمل الإحصاءات والتخطيط للإسهام المستمر في تقدم البلد، ومن الله التوفيق والسداد.

المؤلفون

الفصل الأول
طبيعة الإحصاء

الأهداف:

1. أن يتعرف الطالب على مفهوم الإحصاء
2. أن يتعرف الطالب على الطريقة الإحصائية وخطواتها

الفصل الأول

طبيعة الإحصاء

المحتويات

- 1-1 : معنى الإحصاء وأهميته في البحوث
- 1-2 : مجالات تطبيق علم الإحصاء وعلاقته بالعلوم الأخرى
- 1-3 : الطريقة الإحصائية وخطواتها

الفصل الاول طبيعة الاحصاء

1-1: معنى الإحصاء وأهميته في البحوث:

اهتم الإحصاء (Statistics) في بدايته بعملية العد والحصر للأشياء والتي تشمل تسجيل أعداد السكان والمواليد والوفيات ومقادير الثروات الحيوانية والزراعية والدخل والضرائب وكميات الإنتاج. وإن كلمة الإحصاء ومشتقاتها قد ذكرت في الكتب السماوية ومنها القرآن الكريم في سور عديدة، (وردت تحصوها مرتين وأحصى مرتين وأحصيناه مرتين ووردت أحصاهم وأحصاه وأحصوا لمرة واحدة).

وكلها فيها دلالات على قدرة الله سبحانه وتعالى على الإحاطة الواسعة والحساب الشامل والدقيق للنعم وجميع أعمال الخلق، فمثلا في قوله تعالى: ((وآتاكم من كل ما سألتموه وإن تعدوا نعمت الله لا تحصوها إن الإنسان لظلوم كفار)) (ابراهيم:(34)).

ولقد أشير في أحاديث النبي محمد صلى الله عليه وآله وسلم إلى الإحصاء كما جاء في الحديث النبوي ((ان الله تسعا وتسعين اسما مئة إلا واحدة من أحصاها دخل الجنة))، أي من عدها وحفظها وفهمها ودعا بها.

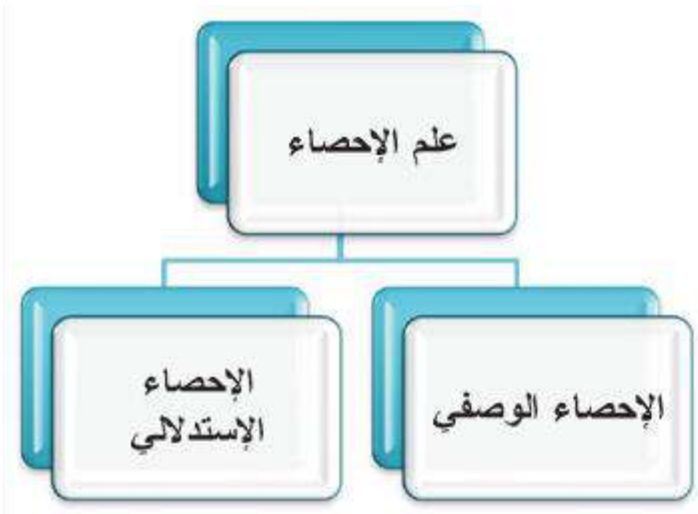
إن تطور علوم الرياضيات وظهور نظرية الاحتمالات قد أسهمت في إرساء أسس لعلم الإحصاء الذي انتشر استعماله وبدأ العلماء والمتخصصون الاهتمام بتطبيق نظرياته وطرقه وأساليبه في العلوم الأخرى، الطبية والزراعية والهندسية والاقتصادية والصناعية وغيرها باعتباره الطريق الصحيح الذي يجب أن يتبع في البحوث العلمية. ولعل ما حدث في القرن التاسع عشر من تطورات في العلوم المختلفة أدى إلى الاهتمام بالأساليب الإحصائية وتطورها، فظهر علماء كبار مثل جاوس، بيرسون، وكالتون ورنالدو فيشرسجلت لهم إسهامات كبيرة في علم الإحصاء، وأخيرا وفي وقتنا الحالي فان ظهور الحاسبات وتطورها وقدراتها ودقتها قد مهدت الطريق لاستعمال وتطبيق الأدوات الإحصائية المتنوعة في المجالات والميادين العديدة، وعليه يمكن أن نقول الآن أنه كلما وجد جهاز احصائي متقدم في اية دولة فإن ذلك يعد أحد مؤشرات تقدمها.

تعريف علم الإحصاء

يعرف علم الإحصاء بأنه العلم الذي يضم مجموعة من النظريات والقوانين والقواعد والطرق التي تستعمل في تحليل بيانات ظاهرة أو مشكلة معينة بعد جمعها وتصنيفها وتبويبها وعرضها بهدف الاستنتاج والتفسير والتنبؤ لما ستؤول إليه الظاهرة مستقبلا، ومن ثم اتخاذ القرارات بشأنها أو التعميم لظواهر أو لمشاكل مشابهة، أي أنه علم استنباط الحقائق من الأرقام بأسلوب علمي وبطريقة علمية.

تصنيفات علم الإحصاء

يقسم علم الإحصاء الى صنفين كما في المخطط (1-1) الآتي:



المخطط (1) يبين تصنيفات علم الإحصاء

أولا: الإحصاء الوصفي (descriptive statistics):

وهو مجموعة من الطرق المستعملة لجمع البيانات وأساليب تنظيمها وتصنيفها وتلخيصها وعرضها باستعمال الجداول أو الرسوم أو ما يسمى بالأشكال البيانية أو أساليب وصفها باستعمال المقاييس الإحصائية لوصف متغير ما (وأكثر). فعندما ينظم الباحث عملية تسجيل عدد الموظفين وفقا لمستويات رواتبهم أو أعمارهم أو حالتهم الصحية. ومن ثم القيام بعرض هذه الأعداد في جداول حسب الجنس (ذكور أو أناث) ومستويات الراتب أو مستويات الأعمار أو الحالة الصحية أو عرضها برسوم بيانية فإنه

يستعمل الإحصاء الوصفي كما يعد الوسط الحسابي من الامثلة المهمة على الاحصاء الوصفي.

ثانيا: الإحصاء الاستدلالي (Inferential statistics):

يهتم هذا الفرع بالأساليب الإحصائية التي تعتمد على تقدير خصائص المجتمعات واختبار الفرضيات الإحصائية، حيث يركز على الاستنتاجات الناتجة من الحسابات الرياضية للإحصاء الوصفي ويسعى هذا النوع من الأساليب الإحصائية الى الوصول الى تقديرات لمعلمات وخصائص مجتمعات قيد الدراسة من خلال ما هو متوفر من معلومات عن العينات المختارة، فمثلا من عينة محدودة من عمال أحد المصانع واستعمال أسلوب الإحصاء الاستدلالي يمكن التنبؤ بمعدلات الزيادة في الإنتاج كما يستخدم في الحكم على بيانات غير المرئية تدخل استخدامات الاحصاء الاستدلالي في الهندسة والتعليم والذكاء الصناعي.

أهمية علم الإحصاء

أن المعلومات الإحصائية عادة إما أن تكون شاملة في تغطيتها لجميع مفردات المجتمع كالتعدادات أو البحوث والدراسات المتخصصة أو السجلات الحكومية أو التأريخية، أو تكون المعلومات الإحصائية عبارة عن استطلاعات أو دراسات تختص بظاهرة معينة لفئة محدودة من المجتمع ولها اهداف خاصة، وفي كلا الحالتين فإن الإحصاء له أهمية وفوائد في أغلب العلوم نذكر منها:

1. أهمية علم الإحصاء في الاقتصاد

في الاقتصاد هناك الكثير من الظواهر كالعرض والطلب كنظرية الطلب والعرض، والادخار والاستثمار والاستهلاك، والدخل، والانفاق الاستهلاكي، وغيرها. ولقد استعمل علم الإحصاء لتفسير الظواهر الاقتصادية المختلفة والعلاقات فيما بينها، وكل هذه الاحصاءات تعد من أهم المصادر للمعلومات الضرورية للقيام بعملية التخطيط على كافة المستويات.

هل تعلم:

ان الاختلاف بين الاحصاء الوصفي والاستدلالي هو في طريقة عرض النتائج. حيث الاول يكون باستخدام الجداول والرسم والثاني باستخدام الاحتمالات والفرضيات.

2. أهمية علم الإحصاء في علم النفس

يضم علم النفس الكثير من الموضوعات التي تحتاج في بحوثها ودراساتها الى اعتماد وتوظيف الطرق الإحصائية، فمثلا نحتاج الى تطبيق الطرق الإحصائية في قياس درجة ذكاء الأشخاص وفي دراسة العلاقة بين ذكاء الاشخاص ومهاراتهم أو لقياس الرغبات والميول والاضطرابات النفسية والعواطف، أو مثلا يقوم باحث بدراسة الأساليب التي تجعل الذكور أكثر تقدما من الإناث.

3. أهمية علم الإحصاء في الفلك (الاحصاء الفلكي)

يتم الإفادة من النظريات والطرق الإحصائية وذلك باستخدامها في الدراسات الخاصة بتحديد مواصفات ومدارات الكواكب والنجوم والمسافات بين الأجرام السماوية وغيرها من الأبراج السماوية.

4. أهمية علم الإحصاء في العلوم الطبية

في أغلب الدراسات والبحوث الطبية والصيدلانية والبيولوجية يتم اعتماد واستعمال علم الإحصاء والطريقة الإحصائية لدراسة أثر العوامل المسببة للأمراض وأثر أنواع الأدوية التي تساهم في علاجها، وكذلك اجراء المقارنات بين الأمراض المختلفة وتحديد العلاقة بينها ومسبباتها، مثلا هل توجد علاقة بين التدخين والسرطان؟ أو ما علاقة استهلاك الوجبات السريعة بالسمنة؟ أو ماهي الأدوية التي تعالج انواع الانفلونزا؟

5. أهمية الإحصاء بالتخطيط والتنمية

إن قيام الدولة بالتخطيط والتنمية يتطلب توفر إحصاءات متنوعة للقطاعات الاقتصادية والسكانية على درجة عالية من الدقة والشمول وعلى مختلف النواحي كإجمالي حجم السكان في سن القوى العاملة، التعليم، الصحة والأمراض، التكوين الأسري، لأن هذه العوامل تؤثر بشكل أو بآخر على عمليات الإنتاج بأنواعه والاستهلاك وكذلك مستوى المعيشة وكل هذا يؤدي الى حل كثير من المشاكل التي تواجه الدولة مثل مشاكل البطالة والفقر وتوزيع الدخل.

6. أهمية علم الإحصاء لمجموعة العلوم الإدارية

إن العلوم الإدارية وتفرعاتها تستند وترتبط ارتباطاً قوياً بعلم الإحصاء وهي تعتمد على توظيف واستعمال القواعد والطرق والنظريات الإحصائية، فاتخاذ القرار في علم الإدارة ضروري ومهم جدا، وهو يستند على أساس علمي، لذا ينبغي فهم واعتماد الأساليب الكمية والنظريات مثل نظرية الاحتمالات والتوزيع الرياضي واختبار الفرضيات) ومن الأمثلة على ذلك التخطيط عمليات الإنتاج، أو الشراء، أو البيع، ودراسة طرق التخزين المتعددة وسياسات التسويق وإدارة الإنتاج الصناعي وغيرها.

7. أهمية علم الإحصاء بالعلوم المحاسبية

إن النظم المحاسبية الحديثة تعتمد بشكل كبير على النظرية الإحصائية في عرض الموضوعات بشكل مبسط غير متحيز، فمثلا المراجعة المستندية تعتمد وتستعمل الأسلوب الإحصائي المسمى بأسلوب العينات في عمليات المراجعة المختلفة في حدود عالية من الثقة دون التضحية بأخطاء لها ضررها على المراجعة مع توفير الوقت والجهد والتكاليف، إن الإحصاء يساعد على اتخاذ قرار معين بين عدة بدائل لاختيار الطرق المعتمدة في التقديرات والتنبؤات.

8. أهمية علم الإحصاء في حياتنا اليومية

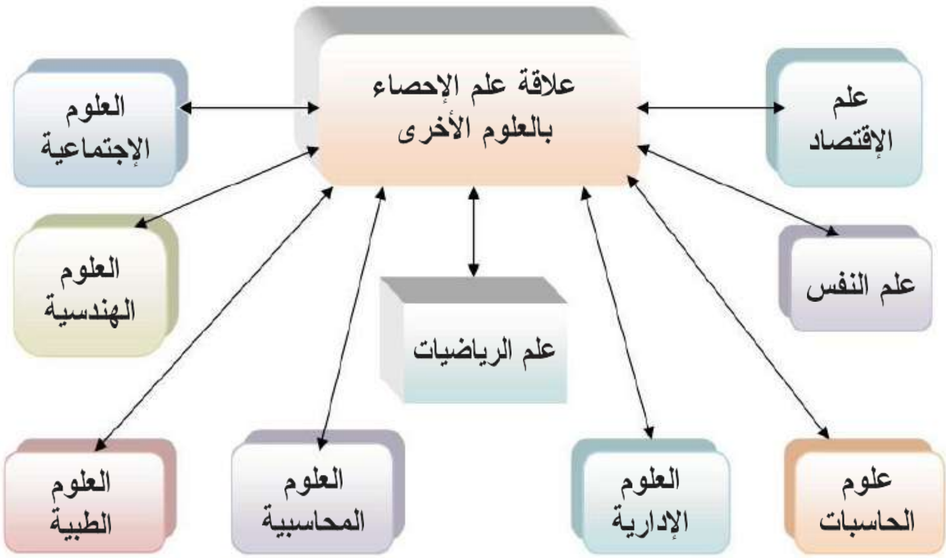
أصبحت الإحصاءات مألوفة لدينا وتمثل جانبا مهما من المعلومات التي نقرأها كل يوم مثل جداول النقاط التي تحرزها أندية كرة القدم، التنبؤات بالحالة الجوية، مؤشرات البورصة، إنجازات الحكومة في مجال الإسكان والتعمير، جداول تخص أعداد تخصصات وجنس المدرسين والمعلمين والطلبة والمدارس، إنتاج المعامل والمصانع، ما يخص مساحات الأراضي المزروعة وأنواع المحاصيل، إنتاج وصادرات النفط، إحصاءات تخص المرأة، وغيرها، وهذه وغيرها ضرورية جدا لأغراض الدراسة والبحث لتوصيف أو لمعالجة مشاكل ضمن هذه الجوانب.

2-1:مجالات تطبيق الإحصاء وعلاقاته بالعلوم الأخرى:

إن الإحصاء وبما يمتلك من نظريات وأساليب وقواعد وطرق يتم توظيفها واستعمالها لإنجاز أو المساعدة في انجاز الدراسات أو البحوث التطبيقية التي تجرى لدراسة المشاكل والظواهر في مجالات متنوعة، وبالتالي التوصل لإيجاد حلول للمشاكل التي تتطلب البحث، وكذلك عمل الإحصاءات الحكومية التي تخص الولادات والوفيات والزواج والطلاق والمساحات المزروعة والثروة الحيوانية والبناء والانشاءات والمكائن والإنتاج والقوى العاملة والأمور المالية وغيرها. إن تطبيق هذا العلم وخاصة في مجال البحوث لا يقتصر على قطاع او مجال محدد بل يشمل جميع القطاعات والمجالات الاقتصادية والتجارية والزراعية والسكانية والتربوية والطبية والاجتماعية والمالية والسياحية والإنتاجية والصناعية والهندسية والعسكرية والنقل والمواصلات.

علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى

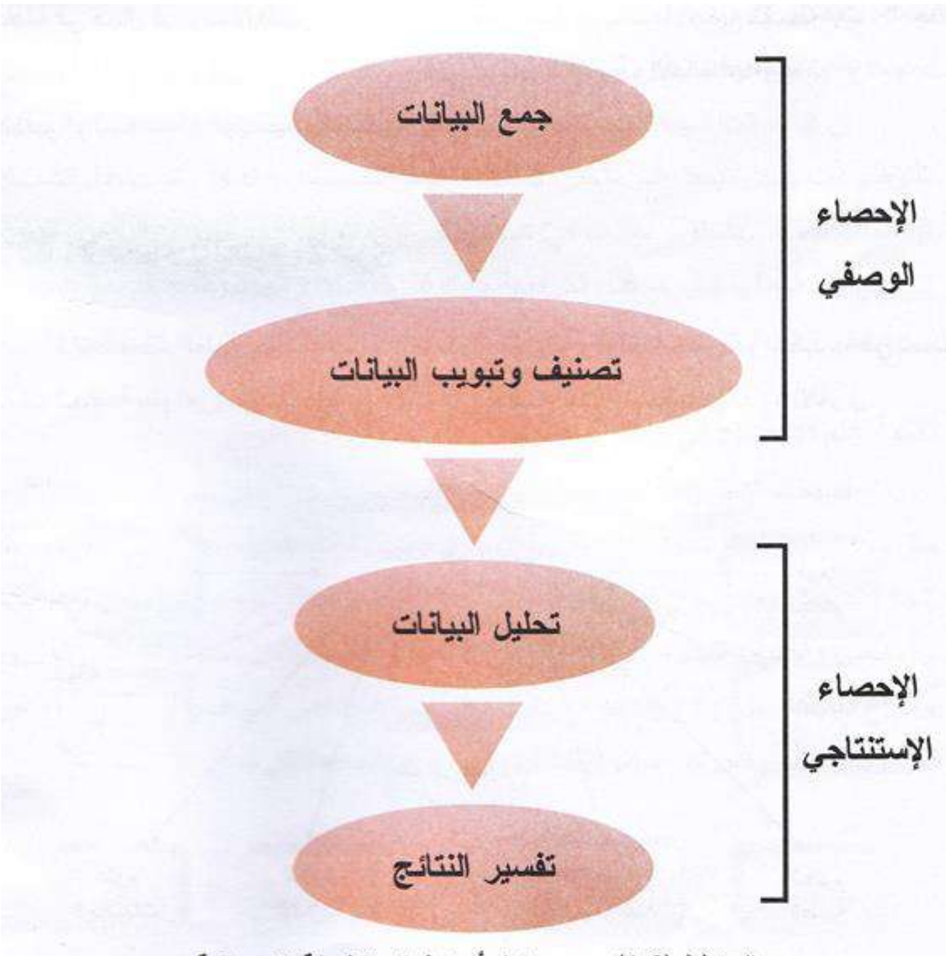
ترتبط معظم العلوم بعلم الإحصاء إذ تستعمل نظرياته وقوانينه وطرقه وأساليبه في تحليل البيانات الخاصة بظواهرها والمخطط (2) الآتي يوضح علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى.



المخطط (1−2) يبين علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى

1-3 الطريقة الإحصائية وخطواتها أو مراحلها:

يستعمل في تطبيق علم الإحصاء طريقة تسمى الطريقة الإحصائية وهي طريقة علمية خاصة في دراسة ومعالجة المشكلات والظواهر المختلفة، وإمكانية تطبيقها مرهون بإمكانية التعبير عن الظاهرة تعبيرا كمية. إن الطريقة الإحصائية سهلة التطبيق وتساهم في اختصار الزمن وتقليل الجهود التي تبذل وتقلل التكاليف التي تصرف لإنجاز عمل البحوث، وتتمثل هذه الطريقة بخطوات أو مراحل موضحة في المخطط (3) الآتي:



المخطط (1-3) يبين مراحل أو خطوات الطريقة الإحصائية

الفصل الاول طبيعة الاحصاء

1. **جمع البيانات:** وتعد من أهم المراحل كافة، وذلك لأن دقة البيانات والمعلومات التي تجمع عن طريق الملاحظة أو القياس والتجريب تتوقف عليها نتائج البحث، فهذه المرحلة الخطوة تشبه الأساس لأي بناء، فسلامة الأساس ومتانته يعني سلامة ومتانة البناء المنجز.

2. **تصنيف وتبويب البيانات:** يلجأ الباحثون إلى فرز البيانات وتبويبها وجدولتها أو عرضها ملخصة في جداول بسيطة وفق تصنيف معين أو مؤشر معين أو صفة معينة.

3. **تحليل البيانات:** بعد أن ينتهي الباحث من تبويب بياناته ووضعها في ترتيب معين يقوم بتحليلها بأساليب أو أدوات إحصائية معينة بتطبيق النظريات والقوانين أو الطرق الملائمة، وبما يحقق أهداف بحث الظاهرة أو المشكلة لغرض التوصل إلى نتائج تتلاءم مع هذه الأهداف.

4. **تفسير النتائج:** إن الباحث عندما يتأكد من صحة هذه النتائج يمكن أن يفسر النتائج ويعممهاعلى المجتمع او الظاهرة المطلوب دراستها.

أسئلة الفصل الأول

س1: اختر الإجابة الصحيحة

1. في القرن التاسع عشر ظهر علماء كبار منهم. (a. نيمان، b. بيرسون، C. فيشر).
2. يقسم الإحصاء الى (ثلاثة أصناف، صنفين، أربعة أصناف).
3. كلما وجد جهاز إحصائي متقدم في أية دولة فان ذلك يعد أحد مؤشرات (a. تقدمها، b. تأخرها).

س2: املأ الفراغات الآتية بما يناسبها من بين الأقواس:

1. الطريقة الاحصائية تتضمن.............. خطوات. (اربع، ثلاث، خمس).
2. اعتبار القرن .... بداية لظهور أنواع مختلفة من الأساليب الإحصائية. (السابع عشر، التاسع عشر).
3. إن ظهور .... قد مهد الطريق لاستعمال وتطبيق الأدوات الإحصائية المتنوعة في المجالات والميادين العديدة. (علم الفلك، الرياضيات، الحاسبات).
4. من انواع الإحصاء: الاحصاء .... والاستدلالي (الاستنتاجي، الوصفي).

س 3: اكتب كلمة صح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. قال رسول الله محمد صلى الله عليه وآلة وسلم ((ان لله تسعة وتسعين اسماً مئة إلا واحدة من أحصاها دخل الجنة)).
2. الإحصاء علم استقراء الحقائق من الأرقام بأسلوب علمي.
3. في القرن التاسع عشر ظهر علماء مثل جاوس وبيرسون.
4. اهتم الإحصاء في بدايته بعملية العد والحصر للأشياء.
5. الإحصاء الوصفي هو مجموعة من الطرق المستعملة في تقدير خصائص المجتمعات الإحصائية.

6. ذكرت كلمة الإحصاء ومشتقاتها في عدة سور في القرآن الكريم.
7. أسهم العالم رونالد فيشر العصر القديم في تطوير علم الإحصاء.
8. من أهداف علم الإحصاء الاستنتاج والتفسير والتنبؤ مستقبلاً.
9. لا توجد علاقة بين الإحصاء والعلوم الأخرى.
10. تظهر أهمية علم الإحصاء في الاقتصاد بأنه يستعمل في قياس ذكاء الأشخاص.
11. أهمية علم الإحصاء في الفلك بأنه يستعمل الطرق الاحصائية لمقارنة الأمراض المختلفة وسبل علاجها.
12. تصنيف وتبويب البيانات يعني فرز البيانات وتبويبها وجدولتها أو عرضها ملخصة في جداول بسيطة وفق تصنيف معين أو مؤشر معين أو صفة معينة.
13. يوجد ارتباط قوي بين الإحصاء ومجموعة العلوم الإدارية.
14. لا تحتاج العلوم المحاسبية الى علوم الإحصاء.
15. اثبتت الدراسات أنه لا توجد علاقة بين علم الإحصاء والعلوم الإنسانية.
16. الطرق الإحصائية والنظريات العلمية هي أدوات يستعملها الباحث في أي علم.
17. إن عملية جمع البيانات ليست من مراحل الطريقة الإحصائية.
18. يعرف علم الإحصاء بأنه العلم الذي يضم مجموعة من النظريات والقوانين والقواعد والطرق التي تستخدم في تحليل بيانات ظاهرة او مشكلة معينة بعد جمعها وتصنيفها وتبويبها وعرضها بهدف الاستنتاج والتفسير والتنبؤ لما ستؤول إليه الظاهرة مستقبلاً ومن ثم اتخاذ القرارات بشأنها أو التعميم لظواهر أو لمشاكل مشابهة.

س4: ارسم مخططاً يبين مراحل الطريقة الإحصائية.

س5: ارسم مخططاً يبين علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى.

س6: عدد العلوم والمجالات التي نجد لعلم الإحصاء أهمية فيها.

الفصل الثاني
جمع وتصنيف وتبويب البيانات

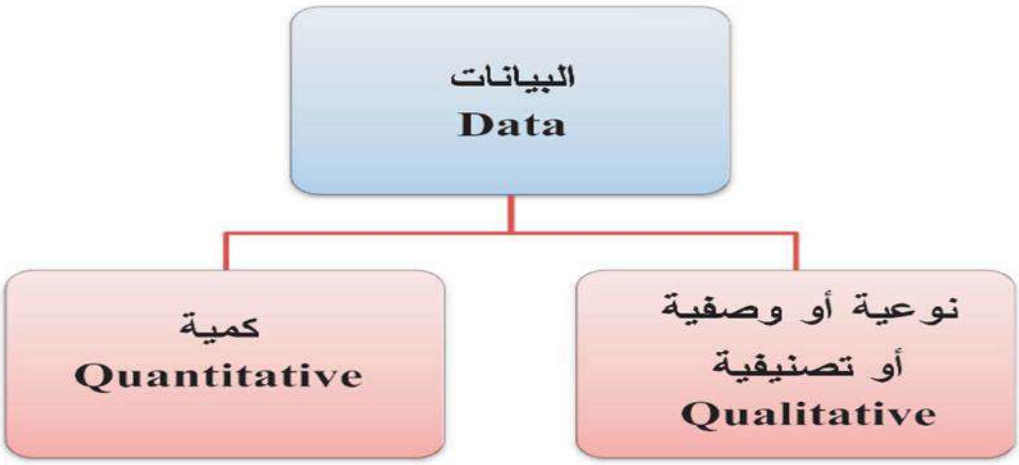
الأهداف:

1. أن يتعرف الطالب على المصادر لجمع البيانات
2. أن يتعرف الطالب على كيفية تصنيف وتبويب البيانات

المحتويات

2-1: البيانات

هي المعلومات المحصلة المدونة او المكتوبة او المنشورة التي تخص ظواهر أو أنشطة الدوائر أو أجهزة أو منظمات حكومية أو غير حكومية تخص قطاعات متنوعة، كأن تكون هذه المعلومات تخص النواحي السكانية أو الإنتاجية أو الصحية أو التربوية أو الاقتصادية أو الزراعية أو الصناعية أو التجارية، وقد تكون هذه البيانات نوعية أو وصفية أو تصنيفية بمعنى لا يعبر عنها بأرقام أو بأعداد أوقد تكون كمية بمعنى يعبر عنها بأرقام أو أعداد كما موضح في المخطط (4) ادناه:



مخطط (4) انواع البيانات

أمثلة عن البيانات النوعية أو الوصفية أو التصنيفية

الجنس: ذكر، انثى

لون العين: عسلي، أسود، أزرق

أسماء المناطق: بغداد، البصرة، المثنى، الموصل

الحالة الصحية: غير جيدة، متوسطة، جيدة

المستوى التعليمي: يقرأ ويكتب، إبتدائية، متوسطة، ثانوية، جامعية.

أمثلة عن البيانات الكمية:

أعداد الطلبة في ثانويات تجارية: 250، 300، 290، 340، ...

الأوزان بالكيلوغرام لعمال أحد المعامل: 72، 81، 67، ...

أرقام الإنتاج أو المبيعات أو الصادرات: 10500، 13890، 7000، ...

أعداد السيارات أو المكائن: 200000، 300000، ...

أعداد المرضى الذين يراجعون إحدى المستشفيات: 311، 408، 250، ...

2-2: المجتمع الإحصائي (Statistical Population):

هو عبارة عن مجموعة من المفردات أو العناصر التي تشترك بخاصية أو بصفة معينة أو عدة خصائص أو صفات وكلمة مجتمع لا تعني بالضرورة المجتمع البشري وإنما بحسب مجموعة المفردات، فقد تكون نباتات أو حيوانات أو مكائن أو أشخاص أو غيرها تسمى بالمجتمع الإحصائي. والمجتمع الإحصائي قد يكون مجتمع محدود حينما توجد إمكانية للوصول الى كل مفردة من مفرداته، مثال ذلك: في استطلاع رأي لطلبة الصف الأول تجاري حول مادة المحاسبة فالمجتمع الإحصائي في هذه الحالة هو جميع طلبة الصف الأول التجاري أو قد يكون المجتمع الإحصائي واسعاً لا نهائياً (غير محدد) وتوجد صعوبة في الوصول الى كل مفردة من مفرداته كمجتمع الطيور أو مجتمع الأسماك أو مجتمعات البكتريا.

إن أي بحث علمي يستند في تحليله الى الطريقة الإحصائية يحتاج الى بيانات حول موضوع البحث قيد الدراسة لغرض عرضها جدوليا أو بيانيا لتسهيل استخراج المؤشرات منها وتنظيمها وفيما يلي أهم المفاهيم والمصطلحات الأساسية في عمليات جمع وتبويب البيانات.

3-2: أساليب جمع البيانات

قبل أن نقوم بتوضيح الأساليب المتبعة في جمع البيانات ينبغي أن نوضح أن الحصول على هذه البيانات أو المعلومات يكون من مصدرين وهما:

a. المصادر التاريخية (historical sources):

هي المعلومات الموجودة والمسجلة لدى الدوائر أو المؤسسات الرسمية (الحكومية أو غير الرسمية (القطاع الخاص) داخل البلد أو لدى منظمات دولية خارج البلد كبعض المنظمات التابعة للأمم المتحدة، ومثال ذلك: أعداد ومستويات خريجي الكليات ضمن المجموعة الطبية أو المجموعة الهندسية لعام 2011 او المعلومات المسجلة لدى وزارة الصناعة عن المصانع الصغيرة أو إحصاءات مسجلة لدى الجهاز المركزي للإحصاء والمعلوماتية عن السكان في الريف والحضر في السنوات 2000-2010 أو إحصاءات مسجلة ومنشورة لدى منظمات الأمم المتحدة لأنشطة اقتصادية أو سكانية أو تربوية لفترات زمنية سابقة، فمثلا نشاط شركة أجهزة كهربائية في القطاع الخاص لفترة عشر سنوات سابقة عن الإنتاج أو المواد الأولية أو المبيعات أو أعداد العاملين، هذه المعلومات المتاحة تسمى مصادر تأريخية ويستفاد منها في جمع المعلومات عن الظاهرة المدروسة في البحث.

b. المصادر الميدانية (survey source):

إن كلمة الميدان تعني المكان الذي تتوافر فيه البيانات وعليه فإن مصادر الميدان تسمى المصادر المباشرة لجمع البيانات بمعنى أن العملية تتم من خلال ما يسمى بالمسح الميداني للدراسة قيد البحث وتسجيل البيانات مباشرة من المفردة الموجودة. ينبغي في عملية جمع البيانات أن يتم تحديد نوع الأسلوب الذي سيعتمد في هذه العملية، وهناك أسلوبان:

2-3-1: الأسلوب الشامل

ويعني أن الباحث يقوم بجمع البيانات أو المعلومات من جميع مفردات المجتمع الإحصائي، فمثلا المجتمع الإحصائي هو جميع الطلبة في الفرع التجاري واذا أريد جمع بيانات تخص ظاهرة الغياب عن الدوام فهذه البيانات يتم أخذها من جميع الطلبة في الفرع التجاري، وقد يكون المجتمع الإحصائي كبيراً جداً، مثلا جميع سكان العراق فالأسلوب الشامل يعني عملية الحصول على المعلومات من كل شخص عراقي وهذا العمل يمكن أن يكون ضمن ما يسمى بالتعداد العام للسكان. إن عملية الحصول على المعلومات بالأسلوب الشامل للمجتمعات الكبيرة تحتاج الى وقت كبير ومصاريف كثيرة بمعنى كلفة عالية وكذلك الى بذل جهود كبيرة. إن البيانات التي تحصل بهذا الأسلوب تعتبر بيانات وفيرة وتؤدي بعد اجراء التحليلات الإحصائية عليها الى نتائج دقيقة وتعبر عن المجتمع بأكمله.

2-3-2 : اسلوب العينات:

إذا لم تكن الإمكانية متاحة لاعتماد الأسلوب الشامل في جمع البيانات واختزالا للوقت وتقليلا للتكاليف واختصارا للجهود يتم إتباع أسلوب العينات والذي يعني سحب او اختيار مجموعة مفردات (تسمى العينة sample) من مفردات المجتمع الإحصائي وهذه المجموعة من المفردات أو العينة ينبغي أن تحمل مواصفات وخصائص مفردات المجتمع الإحصائي، والمعلومات او البيانات التي يتم الحصول عليها بأسلوب العينات تعد تعويض عن المعلومات التي تخص كل المجتمع الإحصائي والنتائج التي يحصل عليها من اتباع أسلوب العينات لاتصل الى الدقة الناتجة من الأسلوب الشامل لذلك فكلما يزداد عدد المفردات للعينة أو ما يسمى بحجم العينة فإن الدقة تكون افضل. والصورة في أدناه تمثل مجتمعاً كبيراً وعينة مسحوبةً منه.

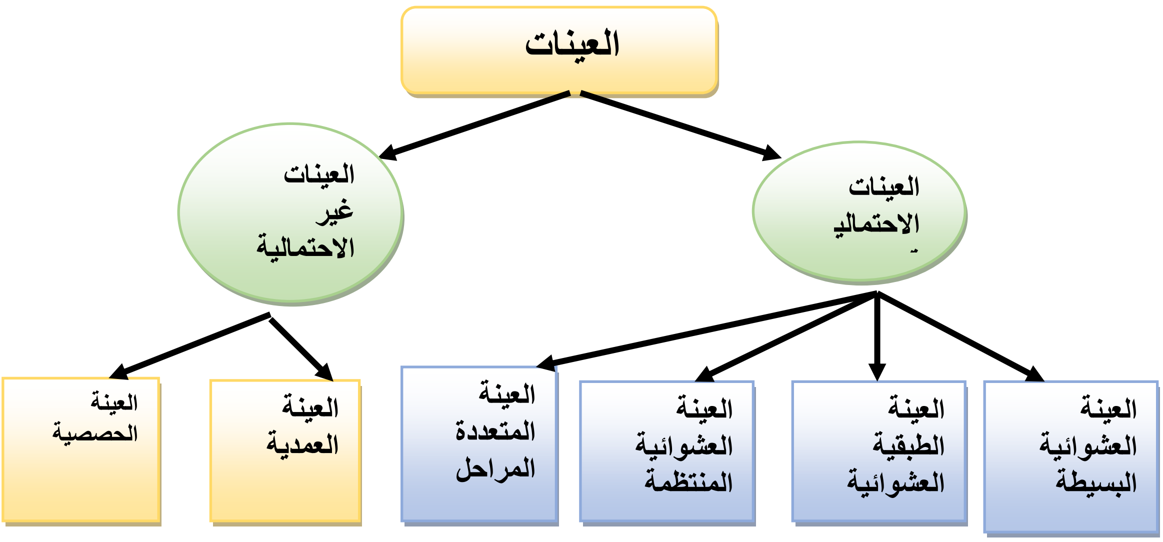
المجتمع

العينة

انواع العينات(Types of samples)

يمكن تقسيم العيّنات الى الأنواع الظاهرة في المخطط (2-2) الآتي:

المخطط (2 – 2) يبين انواع العينات

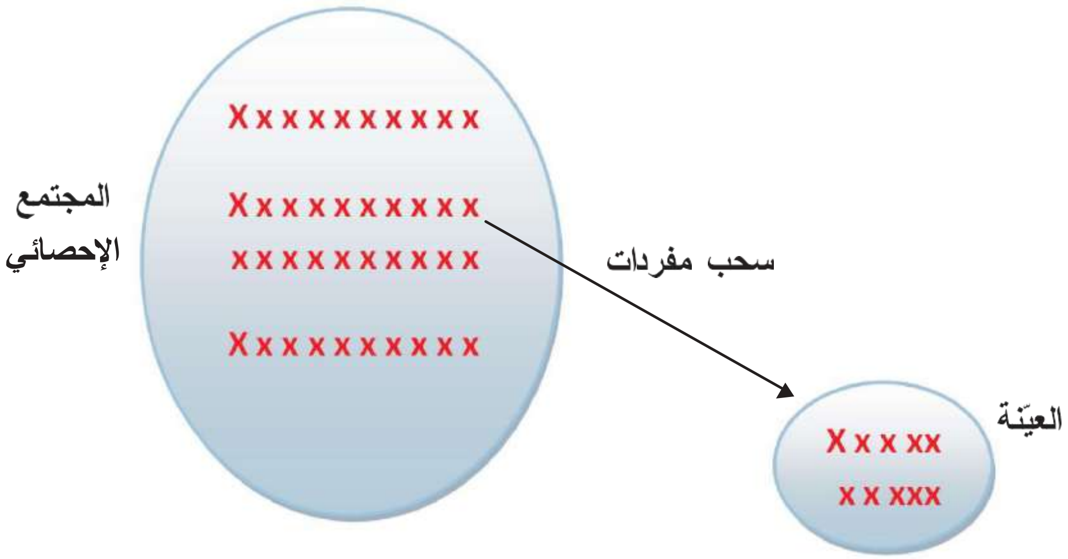


العينات الإحتمالية: (probability samples):

في هذا النوع يتم استعمال مفهوم الاحتمال في سحب مفردات العينة بمعنى أن المفردة قد تكون ضمن العينة أو لا تكون، وهذا يعني إعطاء نفس الفرصة لكل مفردة من مفردات المجتمع في الظهور ضمن العينة وهناك عدة أساليب في اختيار العينات ومنها:

a. العينة العشوائية البسيطة (simple random sample)

هي العينة المسحوبة من المجتمع الذي يتصف بأن مفرداته متجانسة مثلا: جميع المفردات (الموظفين ذكور)، جميع المفردات (طالبات بعمر 16 سنة)، وغيرها، فيكون احتمال ظهور جميع مفردات المجتمع بشكل متساوي. والعشوائية هنا تكون باستعمال الأسلوب المعروف بالقرعة أو استخدام جداول الأعداد العشوائية. مثال ذلك: في احدى المؤسسات يوجد 150 موظف واردنا اختيار (25) موظف كعينة عشوائية فيمكن تسجيل اسم كل موظف على ورقة صغيرة ووضع هذه الأوراق الصغيرة في كيس أو صندوق ومن ثم نسحب أو نختار بدون تحيز 25 ورقة.



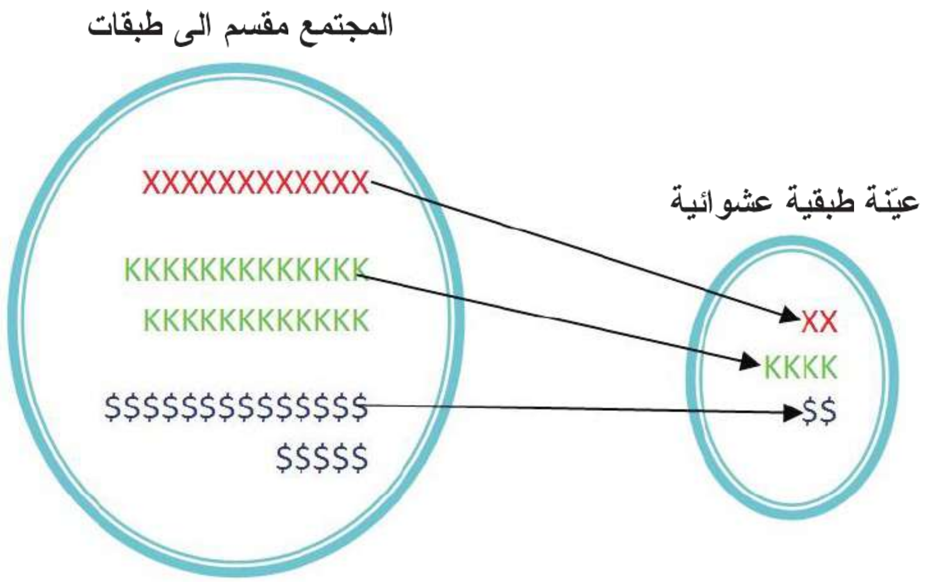
b. العينة العشوائية الطبقية(stratified random sample):

تستخدم عندما يكون المجتمع غير متجانس المفردات أي قد يكون مقسم الى مجموعات جزئية تسمى طبقات ويتم أخذ عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة.

مثال:

تقوم شركة General بإنتاج أجهزة تبريد مختلفة الحجم والسعر واللون فيتم تقسيم الإنتاج حسب لون المنتجات مثلا فكل لون يمثل طبقة واذا ما اريد سحب أو اختيار عينة من الوحدات المنتجة فينبغي اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة وعليه فإن حجم العينة أو عدد الوحدات للعينة.

العشوائية الطبقية المطلوبة سيكون مجموع العينات المختارة من كل الطبقات. والشكل الآتي يوضح ذلك.



c. العينة العشوائية المنتظمة (systematic random sample):

هي العينة التي تسحب من المجتمعات المرتبة ترتيباً معيناً كأن تكون للمفردات أرقام متسلسله ويتم تقسيم مفردات المجتمع الى عدد من المجموعات ويتم اختيار مفردة واحدة من المجموعة الأولى بشكل عشوائي وبعد ذلك إضافة عدد معين يمثل عدد المفردات مقسوماً على عدد المجموعات وليكن k الى تسلسل المفردة المختارة فتتحدد المفردة الثانية ثم نضيف الى تسلسل هذه المفردة الثانية العدد k فنحصل على المفردة الثالثة وهكذا نستمر بإضافة العدد k في كل مرة الى تسلسل المفردة التي حددت حتى نصل الى حجم العينة المطلوب.

مثال:

20 شخص ولهم تسلسلات اذا اردنا سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من 5 اشخاص فنقسم العشرين شخص إلى خمسة مجاميع وكما يلي:

(1,2,3,4)، (5,6,7,8)، (9,10,11,12)، (13,14,15,16)، (17,18,19,20)

ثم نجد العدد k الذي يمثل ناتج قسمة 20 على 5 والذي سيساوي 4، ونختار أحد التسلسلات من المجموعة الأولى وليكن التسلسل 2 فيكون هو الشخص الأول في العينة ثم نضيف لهذا التسلسل العدد

k=4 فيكون التسلسل 6 فيكون هو الشخص الثاني في العينة ثم نضيف للتسلسل 6 العدد k=4 فينتج العدد التسلسل 10 فيكون هو الشخص الثالث في العينة ثم نضيف له العدد k=4 فينتج التسلسل 14 فيكون هو الشخص الرابع في العينة ثم نضيف له العدد k=4 فينتج التسلسل 18 الذي يمثل الشخص الخامس في العينة العشوائية المنتظمة.

d.العينة المتعددة المراحل او العنقودية :(multistage random sample)

يستخدم هذا النوع من العينات مع المجتمعات الكبيرة والواسعة والمتضمنة تقسمات أو أجزاء متشابهة، مثال ذلك أذا أردنا دراسة الإنتاج السنوي للحنطة في العراق نقوم باختيار عينة

عشوائية من المحافظات المنتجة للحنطة كمرحلة أولى ثم يتم تقسيم المحافظات المختارة الى أقضية ونختار منها عينة عشوائية كمرحلة ثانية ويتم تقسيم الأقضية الى نواحي ونختار منها عينة عشوائية كمرحلة ثالثة ويتم تقسيم النواحي الى مناطق ونختار منها عينة عشوائية كمرحلة رابعة، ويتم تقسيم المناطق الى مزارعين ويتم اختيار عينة عشوائية منهم لغرض الدراسة كمرحلة أخيرة.

العينات غير الإحتمالية :(Nonprobability samples):

يتم اختيار مفردات العينة بفرض الإرادة الشخصية وهذا يعني عدم استعمال مبدأ الاحتمال أو تكافؤ الفرص لجميع المفردات بالظهور في العينة وبالتالي فإن التحيز هو الذي يدخل في اختيار المفردات ومن أنواعها:

a.العينة العمدية (المقصودة) :(purposive sample)

هي اختيار عينة من المجتمع بشكل متعمد على اعتبار أن هذه العينة تمثل المجتمع أفضل

تمثيل حسب رأي الباحث وهي محدودة الاستخدام لأن مفردات مجتمعها محدود، مثال ذلك: استطلاع رأي عدد محدود من الخبراء الاقتصاديين في موضوع الضرائب أو استطلاع رأي مجموعة من الأطباء الاختصاص عن فعالية أحد الأدوية.

b. العينة الحصصية (Quota sampling):

هو تقسيم المجتمع الى عدة طبقات حسب معايير معينة تتطلبها الدراسة ويتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل شخصي (غير عشوائي)، مثال ذلك استطلاع رأي الطلبة حول مادة من المواد الدراسية فيتم تقسيم المجتمع الى ذكور وإناث أو ريف وحضر واختيار العينة

المطلوبة من الجنسين أومن القسمين. مثل اختيار عينة من المدخنين وغير المدخنين في المجتمع معين

3-3-2الاستبيان (Questionnaire)

الغرض الحصول على البيانات من خلال مفردات العينة أو حتى المجتمع يتم اعتماد وسائل تدوين البيانات كالمراسلة أو الإنترنيت أو المواجهة (المقابلة الشخصية) من قبل الباحث او جامع البيانات للشخص (المفردة الإحصائية) وأيا كانت الوسيلة فهي تعتمد على تصميم استمارة إحصائية من قبل الباحث او الجهة التي تريد جمع البيانات وهذه الاستمارة تسمى استمارة استبيان لذا فعلى ضوء ما تقدم يمكن تعريف الاستبيان (الاستمارة الإحصائية) بأنها مجموعة من الفقرات والأسئلة والعبارات التي يقوم الباحث بأعدادها من اجل الحصول على البيانات التي يحتاج اليها وهنا ينبغي على الباحث ومصمم الاستمارة مراعاة ما يأتي

a. إعداد مقدمة توضيحية تكتب في بداية الاستمارة بأسلوب مختصر وبسيط وواضح يوضح فيها الهدف من البحث وأغراضه الذي يسهل على الفرد فهم فقرات الاستمارة بصورة توضيحية ودقيقة والطلب منه المعاونة في الاجابة وتطمينه بسرية المعلومات وهي لأغراض البحث فقط وقد لا يتم ذكر اسمه.

b. أن تكون فقرات الاستمارة متسلسلة وغير مبعثرة بحيث أن كل صنف منها يحقق هدف معين مع مراعاة ما يأتي:

1-أن تكون الأسئلة متوسطة العدد (اجاباتها تتضمن وتغطي البيانات المطلوبة ولا تسبب الملل عند الشخص المبحوث).

2-أن تكون الأسئلة واضحة المعنى وليس فيها غموض.

3-ان تصاغ الأسئلة بالشكل الذي تكون أجابه الشخص عليها محدودة وقصيرة وتفضل الأسئلة التي يتم الإجابة عليها بنعم أو لا أو التأشير بإشارة معينة على الجواب لمناسب أمام ذلك السؤال.

4- أن يؤخذ بنظر الاعتبار عند تهيئة أسئلة الاستمارة ظروف تفريغ وتبويب وترميز الإجابات على أسئلة الاستمارة وخصوصا في حالة التسجيل الشامل او العينات لكبيرة.

5- يمكن أن تتضمن الأسئلة عدة خيارات للإجابة ويقوم الشخص بالتأشير على إحداها.

6- الابتعاد عن الأسئلة التي تثير نواحي حساسة عند الشخص.

ان الاستمارات الإحصائية كثيرة الأنواع ويختلف تصميمها باختلاف الهدف الذي صممت من اجله فبعضها بسيطة مثل شهادة الميلاد او استمارة القبول في المدارس والكليات وبعضها غير بسيطة مثل استمارة التعداد السكاني وبعضها خاصة لجمع بيانات او معلومات تتعلق بدراسات او بحوث علمية.

اشكال الاستبيان: -

1-الاستبيان المغلق

2-الاستبيان المفتوح

3-الاستبيان المغلق المفتوح

مثال: نموذج لاستمارة استبيان

هذا الاستبيان خاص بموظفي المكتبة لتنفيذ بحث علمي حول ((المكتبة - الواقع وسبل التطوير)، نرجو التعاون معنا بتأشير الإجابة على الأسئلة أدناه علما أن المعلومات ستكون محفوظة ولا داعي لأن يتم ذكر الاسم الصريح. مع التقدير.

....

أشر بعلامة ✔ داخل المربع للإجابة الملائمة

1) الجنس: [

ذكر ☐ انثى ☐

2)مدة الخدمة الفعلية في المكتبة

☐ اقل من سنة ☐ 1-5 سنوات ☐ اكثر من 5 سنوات

3) مكان العمل الفعلي: ....

4) هل تعتقد ضرورة أن يتيسر الإنترنيت في المكتبة:

☐ نعم ☐ كلا

5)هل تعتقد أن نظام العمل الحالي في المكتبة يواكب التطور:

☐ نعم ☐ كلا

6-هل تعتقد ان الية الاستعارة بحاجة الى تطوير (كاستخدام الحاسوب مثلا)؟

نعم ☐ كلا ☐

7)- هل تعتقد ان المكتبة تقدم خدمات مريحة للطالب؟

نعم ☐ كلا ☐

8)- هل تعتقد ان قاعة المطالعة مريحة:

نعم ☐ كلا ☐

9)- هل تعتقد أن قاعة المطالعة بحاجة الى توسيع وتحديث؟

نعم ☐ كلا ☐

10)- هل تعتقد أن العاملين في المكتبة بحاجة الى دورات تطويرية في العمل؟

نعم ☐ كلا ☐

11) - هل تعتقد أن المكتبة بوضعها الحالي لها الأفضلية بالمقارنة مع المكتبات الأخرى؟

نعم ☐ كلا ☐

وإذا كان الجواب كلا فما هي الأسباب في اعتقادك؟

1-

2-

3-

4-

12) - ماهي باعتقادك أهم الإجراءات المطلوبة للارتقاء بالأداء في مكانك الحالي:

13)- هل لديك مقترحات بشأن تطوير عمل المكتبة:

اولا:

ثانيا:

ثالثا:

رابعا:

خامساً:

4-2 : تصنيف وتبويب البيانات
(Classification and Tabulation Data)

بعد إنجاز عملية مليء الاستمارات يتم إتباع الخطوات الآتية:

1. مراجعة البيانات

في هذه الحالة نقوم بفحص البيانات الواردة في اجابات أسئلة الاستمارات فتعزل الاستمارات ذات الإجابات الصحيحة وتستبعد الاستمارات الناقصة والإجابات غير الصحيحة.

2.تصنيف البيانات

بعد مراجعة وتدقيق البيانات المتكاملة تتم عملية تصنيفها حسب ما هو مخطط له من قبل الباحث لكي تكون مهيأة لأغراض التبويب.

3- تبويب البيانات

وهي تتبع العمليتين السابقتين وفيها يتم إبراز البيانات ووضعها في الحقول المخصصة لها لغرض تكوين فكرة كاملة لأغراض التحلي

ويمكن ان يكون التبويب وفق الأسس والمعايير الآتية:

a. التبويب الزمني: ويعني تبويب البيانات على أساس الزمن، مثل اليوم، الشهر، السنة.

مثال:

فيما يلي الأرباح المتحققة لإحدى الشركات الإنتاجية للسلسلة الزمنية (1995 – 2001) وتكتب كالآتي:

السنة	الأرباح المتحققة مليون دينار
1995	12
1996	13
1997	18
1998	20
1999	23
2000	19
2001	26

b.**التبويب الجغرافي:** ويتم تبويب البيانات على أساس الوحدات الجغرافية، مثل التقسيمات الإدارية كالمحافظة والأقضية والنواحي، فمثلا عدد الأطباء الجراحين وفقا لبعض محافظات العراق.

المحافظة	عدد الأطباء الجراحين
البصرة	110
ذي قار	100
الموصل	110
النجف	115
الانبار	100

C. التبويب الكمي: يتم تبويب البيانات فيها على اساس الوحدات الكمية مثل الوزن والطول والمسافات والحجوم فمثلا كتابة السعرات الحرارية المطلوبة للأشخاص وفقا لأوزانهم كما يلي:

الوزن	السعرات الحرارية المطلوبة
55	1800
72	1870
77	1890
68	1780
69	1790
79	1900
88	1900

c. التبويب على اساس الصفة المعينة: ومن الصفات الجنس ونوع الإنتاج والمنشأ فمثلا ماكينات الغزل والنسيج يمكن أن تصنف حسب بلد المنشأ كالآتي:

بلد المنشأ	عدد مكائن الغزل والنسيج
ايطاليا	75
فرنسا	84
كوريا	60
اليابان	130
الصين	106

أسئلة الفصل الثاني

س 1: عرف كل مما يأتي تعريفاً وافياً.

a. التبويب الكمي. b. العينة المنتظمة. c. المصادر التأريخية

س 2: أذكر مع الأمثلة الأسس المعتمدة لتبويب البيانات.

س 3: ما هي استمارة الاستبيان؟ ومن الذي يصممها؟

س4: ما هي الشروط التي يجب أن تؤخذ بنظر الاعتبار عند وضع الأسئلة الخاصة باستمارة الاستبيان.

س5: عرف العينات الاحتمالية، وعدد أنواعها فقط.

س6: ما هي العينة الحصصية؟ وما هي العينة العمدية؟

س7: إذا أردت عينة من الموظفين في إحدى الشركات وكانت الشركة تضم مجموعة من المهندسين ومجموعة إداريين ومجموعة خدميين ومجموعة كيميائيين فما نوع العينة وكيف يتم اختيارها؟

س8: لدينا مجموعة من الطلبة في مدينة معينة وعددهم 4000 طالب ونرغب في اختيار عينة منهم بحجم 500 طالب مع العلم أن عدد طلبة الدراسة المتوسطة هم 2000 طالب، وعدد طلبة الدراسة الاعدادية 800 طالب في حين أن الباقين هم طلبة كليات، حدد نوع العينة المختارة وكيف يتم اختيارها؟

س9: ماهي الإجراءات التي تتطلب من الباحث القيام بها قبل تصنيف وتبويب البيانات؟

س10: ما هو المجتمع الإحصائي؟

س11: اختر الإجابة الصحيحة:

1. مجتمع مفرداته متجانسة، ما نوع العينة التي يمكن أن نسحبها من هذا المجتمع. (a. عينة طبقية عشوائية، b. عينة عشوائية بسيطة).
2. المعلومات الموجودة والمسجلة لدى المؤسسات الحكومية وغير الحكومية هي (a. مصادر ميدانية، b. عينات.. مصادر تأريخية).

3- العينة التي تستخدم عندما يكون المجتمع غير متجانس المفردات ويكون مقسم الى مجموعات جزئية اي طبقات تسمى

(a. عينة منتظمة، b. عينة عشوائية طبقية، عينة عشوائية منتظمة).

4- إن عدد الأسس والمعايير للتبويب هي

(a. ثلاثة أنواع، b. اربعة أنواع، c. ستة انواع).

5- يلجأ الباحثون الى فرز البيانات وتبويبها وجدولتها في مرحلة

(a. تبويب البيانات، b. جمع البيانات، .. تحليل البيانات).

س12: املأ الفراغات الآتية بما يناسبها من بين الاقواس:

1. بعد أن ينتهي الباحث من تبويب البيانات يقوم بـ .... جمع البيانات - تحليل البيانات).
2. . التبويب على اساس اليوم او الشهر او السنة يسمى .... التبويب الزمني - التبويب الجغرافي).
3. عند تصميم الاستمارة الإحصائية (استمارة الاستبيان) يجب على الباحث إعداد مقدمة توضيحية تكتب في ....(بداية الاستمارة- نهاية الاستمارة).
4. اختيار عينة بشكل متعمد على اعتبارها تمثل المجتمع أفضل تمثيل على رأي الباحث تسمى .... (عينة حصصيه - عينة عمدية).

5. العينات الاحتمالية تتكون من ....(أربعة انواع، نوعان).

6. مجموعة من المفردات تختار من المجتمع الإحصائي ويتم من خلالها جمع البيانات تسمى .... (عينة - مجتمع).

س13: إذا كان لدينا 40 طالب واردنا اختيار عينة مكونة من 5 طلاب فكيف يتم اختيار هذه العينة إذا كانت العينة من نوع:

a. العينة العشوائية البسيطة.

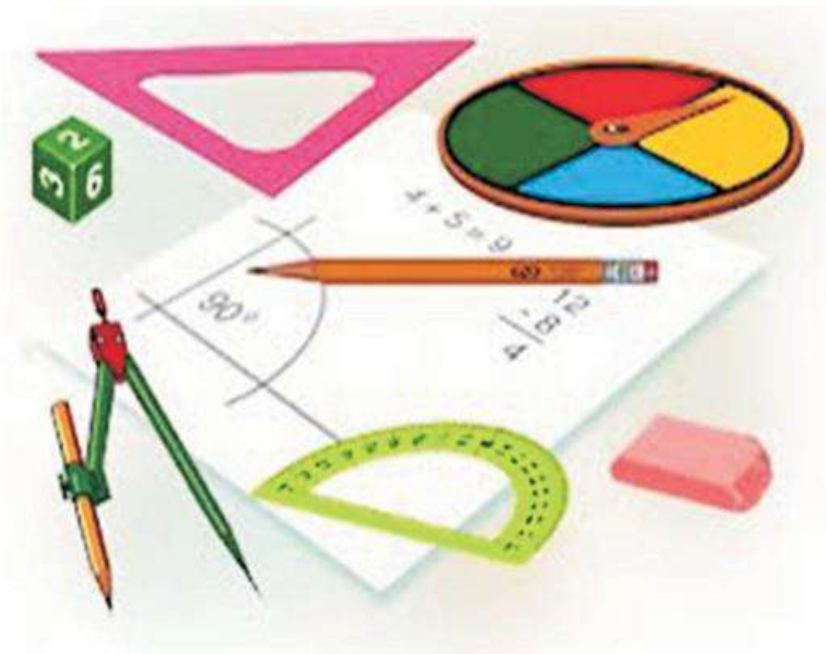
b. لعينة العشوائية المنتظمة.

الفصل الثالث
أساليب عرض البيانات

الأهداف

1. أن يتعرف الطالب على العرض الجدولي للبيانات
2. أن يتعرف الطالب على تمثيل البيانات بيانيا

المحتويات



الفصل الثالث أساليب عرض البيانات

قبل الدخول في موضوع البيانات وأساليب عرضها بالشكل الذي تعطى فيه فكرة واضحة ومفهومة للطالب لابد من توضيح بعض المفاهيم وكما يأتي:

3-1: مفهوم المتغيرات العشوائية Random Variables:

المتغير هو تلك الكمية او القيمة التي تعبر عن قياس ظاهرة معينة، ويرمز له بحرف كبير كأن يكون (X) الذي يمثل وزن الشخص بالكيلو غرام ويرمز لقيمة المتغير بحرف صغير x_i (i تمثل تسلسل قيمة المشاهدة). ويعرف المتغير العشوائي رياضيا بأنه دالة ذات قيم حقيقية معرفة على فضاء العينة.

3-2: أنواع المتغيرات العشوائية:

a.متغيرات متقطعة أو منفصلة (Discrete Variables):

هي المتغيرات التي يمكن حساب قيمها، أو هي قيم عددية صحيحة مثل عدد الطلبة أو عدد السيارات أو عدد الكتب ولأيمكن ان تأخذ قيما غير صحيحة كما تسمى بالمتغيرات المنفصلة أو القيم القابلة للعد، وقد تكون محدودة أو لا نهائية ولكنها معدودة.

b.متغيرات مستمرة أو متصلة (Continuous Variables):

هي المتغيرات التي لا يمكن حساب قيم عددية لها، والتي يكون مجالها عبارة عن فترة معينة او عدة فترات مثل وزن الطالب (بالكغم) / الطول (بالسنتمتر) / العمر (بالسنوات) / درجات الحرارة وغيرها. مثلا وزن الطالب في الإعدادية يعبر عنه بالمتغير X وقد يكون $50< x <79$.

كما يمكن تصنيف المتغيرات حسب ما يلي:

1. المتغيرات الكمية (Quantitative Variables):

هي المتغيرات التي يمكن قياسها عدديا مثل الدخل وأسعار المفرد والجملة وأعداد السيارات والطول والعمر وغيرها كما يمكن أن تكون متغيرات متقطعة أو متغيرات مستمرة.

2. المتغيرات النوعية (Qualitative variables):

هي المتغيرات التي تكون مفرداتها غير قابلة للقياس بالأعداد او انها تخص سمة معينة مثل الجنس أو لون العين أو حالات المادة (صلبة، سائلة، غازية) وغيرها.

3-3: عرض البيانات

هناك عدة طرق لأساليب عرض البيانات، منها الجدولية وأخرى هندسية ليسهل فهمها وتنظيمها وتكون أكثر تمثيلا لطبيعة الظاهرة المدروسة وفيما يأتي تلك الطرق:

3-3-1: العرض الجدولي للبيانات

يمكن ان يتم عرض البيانات جدولياً بأنواع عديدة من الجداول ومنها:

a. جدول التوزيع التكراري (Frequency Distribution):

هو مجموعة من البيانات التي توضع بشكل منظم في جدول بهدف تلخيص تلك البيانات او هو وسيلة لتلخيص وتنظيم البيانات في صورة جداول تسهل فهمها بمجرد النظر اليها سواء كانت البيانات وصفية أو كمية من خلال ترتيبها تنازلياً أو تصاعدياً وحساب مرات تكرارها. يهدف التوزيع التكراري الى تبسيط العمليات الإحصائية من خلال تبويبها بصورة واضحة.

تتلخص بما يأتي:

1.تحديد عدد القيم (n)

2. تحديد أكبر القيم وأصغرها.

3. حساب المدى الكلي (R) = اكبر قيمة - اصغير قيمة +1

4. تحديد عدد الفئات (m): حيث أن عدد الفئات يمكن أن يتراوح بين 5 إلى 10 فئات أو يحدد بطرق رياضية تقريبية

ومنها طريقة يول (Yule) حيث يحدد عدد الفئات m عن طريق الصيغة ($m= \sqrt[4]{n}2.5$) حساب طول الفئة(L_c)

من ناتج قسمة المدى الكلي على عدد الفئات أي أن:

$$L_c = \frac{R}{m}$$

كما يمكن حساب عدد الفئات باستخدام صيغة (سترجس)حيث

$$L_c = UL - LL$$

5. نحدد الحد الأدنى للفئة الأولى بأصغر قيمة بين القيم، ثم يضاف اليها طول الفئة لنحصل على نهاية الفئة الأولى (الحد الأعلى للفئة الأولى) ، ثم تبدء الفئة الثانية بالقيمة اللاحقة للحد الأعلى للفئة الأولى، ثم يضاف اليها طول الفئة لنحصل على نهاية الفئة الثانية وهكذا لباقي الفئات.

6. يحسب عدد مرات تكرار كل قيمة داخل (ضمن مجال او سعة) كل فئة ويوضع امامها.

اهم خصائص الفئات:

a. لكل فئة حدان:

حد ادني Lower Limit (LL) وحد اعلى Upper Limit (UL)

b. طول الفئة الفعلي يساوي الفرق بين قيمة الحد الأعلى وقيمة الحد الادنى.

$$L_c = UL - LL$$

c. لكل فئة منتصف (Mid Point) أو مركز وهو عبارة عن مجموع قيمتي حدي الفئة مقسومة على 2

ويرمز لها بالرمز MP أو X. أي أن:

2

$$MP = x = \frac{LL + UL}{2}$$

مثال (3-1):

تم تسجيل عدد الوحدات المنتجة (متغير متقطع أو منفصل يأخذ أعداداً صحيحة) لكل من 50 عامل في أحد المعامل وكانت كما يأتي:

53 ،34 ،70 ،29 ،32 ،67 ،74 ،23، 37 ،21 ،19,38 ، 21، 28 ،64، 23 ،41 ،24، 46
31 ،25 ،57 ،61 ،75 ،46 ،43 ،76 ،37 ،54 ،62 ،68، 25 ،35 ،35 ،60 ،69 ،27 ،23
37 ،64 ،36 ،34 ،76 ،64 ،74 ،65 ،78 ،54 ،52 ،71

فاذا أريد عمل جدول توزيع تكراري فان خطوات الحل ستكون كما يأتي: إن أصغر قيمة هي 19 واكبر قيمة هي 78 وعليه فإن المدى الكلي سيكون:

$$R = 78 - 19 + 1 = 60$$

نحدد عدد الفئات بالطريقة الرياضية بطريقة يول

$$m = 2.5\sqrt[4]{n} = 6.65 \cong 6$$

او

$$m = 1+(3.3)(1.6) = 6.28 \cong 6$$

او يمكن أن نحدد عدد الفئات بافتراض أي عدد بين 5 و15 فلو اخترنا مثلا 6 فان طول الفئة L_c سيحسب كما يأتي:

$$L_c = \frac{R}{m} = \frac{60}{6} = 10$$

ويتم كتابة حدود الفئات كما يأتي:

الفئات (الاعداد الوحدات المنتجة)
19 - 28
29 - 38
39 - 48
49 - 58
59 - 68
69 - 78

ثم نحسب عدد التكرارات (هنا تمثل عدد العمال التي ستقع ضمن كل فئة ونثبتها ضمن عمود آخر بتأشير الرموز او بالعدد الفعلي ويسمى عمود التكرارات وكما يأتي:

الفئات	التكرار بالترميز	التكرارات
19 - 28	11111111111	11
29 - 38	111111111111	12
39 - 48	1111	4
49 - 58	11111	5
59 - 68	111111111	9
69 - 78	111111111	9
المجموع		50

وعادة فإن جدول التوزيع التكراري يكتب بصورته النهائية لا يتضمن التكرار بالترميز، بمعنى يكتب كالآتي:

الفئات	التكرارات
19 - 28	11
29 - 38	12
39 - 48	4
49 - 58	5
59 - 68	9
69 - 78	9
المجموع	50

ملاحظة: الفئات في اعلاه التي ظهر فيها الحد الادنى والحد الأعلى للفئة محسوبة للمتغير المتقطع او المنفصل. اما إذا كان المتغير من نوع المستمر او المتصل اي يأخذ ليس فقط الاعداد الصحيحة وانما اعداد، تتضمن كسور بمعني اعداد متصلة او مستمرة فمثلا 28.999او مثلا 68.7899 وفي هذه الحالة فالفئات تكتب ويظهر فيها الحد الادنى ولا يكتب الحد الأعلى باعتبار انه مستمر ماعدا الفئة الأخيرة فتغلق بحد أعلى (بعدد صحيح) حسب طول الفئة وعليه فلمثل هذه الحالة تكتب الفئات على الشكل التالي:

الفئات
19 –
29 –
39 –
49 –
59 – 68

3-3-2: العرض الهندسي للبيانات

تعد الأشكال والرسوم البيانية من المعالم الإحصائية المؤثرة في توضيح توزيع وانتشار ونمو البيانات، وهذه الأشكال والصور تعرض بعدة صيغ تعطي جمالية أكثر للقارئ في فهم ما يدور حوله من الظواهر الاجتماعية المختلفة الموضحة في تلك الأشكال والرسوم. إن هذه الأشكال والرسوم يمكن أن ترسم يدوياً أو باستخدام برامج في الحاسبة الالكترونية، ويتم عرض الأشكال والرسوم من خلال الآتي:

1- العرض الهندسي للبيانات غير المبوبة

a. الدائرة البيانية

وهي عبارة عن شكل دائرة تسمى الدائرة البيانية تمثل كل البيانات (N) مقسمة الى قطاعات جزئية تمثل البيانات الجزئية (Ni) ، حيث أن كل قطاع ضمن الدائرة تحسب زاويته المركزية(a_i) من خلال الصيغة الاتية

$$A_i = \frac{N_i}{N}(360)^{\circ}$$

ويتم تحديد أو رسم كل قطاع بحسب زاويته المركزية. او يتم بموجبه تمثيل البيانات على شكل نسب حسب حجم بيانات كل قطاع (البيانات الجزئية) إلى أجمالي بيانات جميع القطاعات او البيانات الكلية.

مثال (1-3):

البيانات الآتية تمثل الكميات المباعة (قطعة) لأحد المتاجر خلال اسبوع واحد. المطلوب تمثيل هذه البيانات بدائرة بيانية.

الجمعة	الخميس	الاربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الاحد	السبت
350	300	150	150	250	200	400

الحل:

يتم تقسيم مبيعات كل يوم (Ni) على المجموع الكلي (N) البالغ (1800) وستكون النسب كما يأتي

الجمعة	الخميس	الاربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الاحد	السبت
0.194	0.167	0.083	0.083	0.139	0.111	0.222

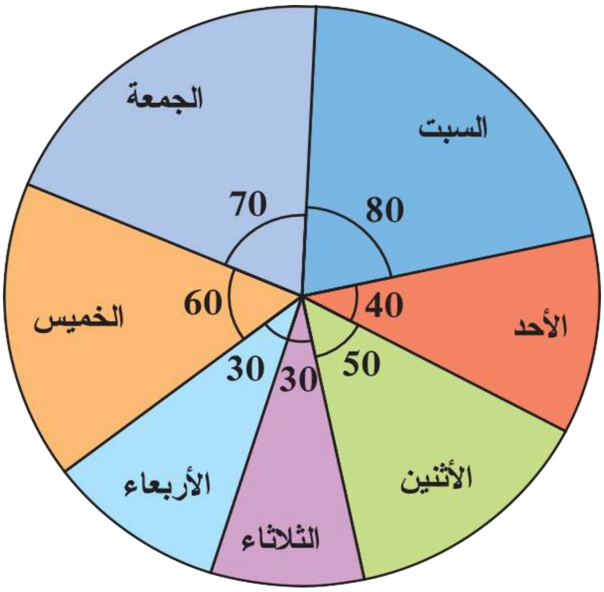
يمكن ضرب كل نسبة بقيمة الزاوية المركزية للدائرة (360) فينتج قيمة الزاوية المركزية الكل قطاع (يوم مبيعات).

وكما يلي:

الجمعة	الخميس	الاربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الاحد	السبت
$0.194\times360^{\circ}$ $=70^{\circ}$	$0.167\times360^{\circ}$ $=60^{\circ}$	$0.083\times360^{\circ}$ $=30^{\circ}$	$0.083\times360^{\circ}$ $=30^{\circ}$	$0.139\times360^{\circ}$ $=50^{\circ}$	$0.111\times360^{\circ}$ $=40^{\circ}$	$0.222\times360^{\circ}$ $=80^{\circ}$

وبذلك سيكون الرسم الدائري كما في الشكل (1-3) أدناه:

المبيعات اليومية ممثلة بدائرة بيانية



الشكل (1-3) يبين الدائرة البيانية للكميات المباعة في أحد المتاجر خلال أيام الاسبوع

مثال (2- 3):

البيانات الآتية توضح الألوان المفضلة إلى 100 شخص، ارسم الدائرة البيانية لها

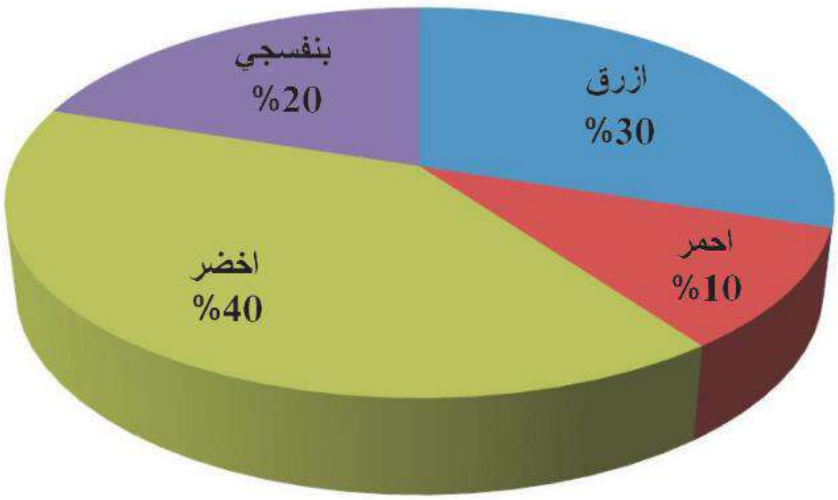
ازرق	احمر	اخضر	بنفسجي
30	10	40	20

الحل:

يتم تقسيم كل لون مفضل على أجمالي الألوان المفضلة وكما يأتي:

رمادي	بني	ابيض	احمر
$0.3\ (360) = 108^{\circ}$	$0.1\ (360) = 36^{\circ}$	$0.4\ (360) = 144^{\circ}$	$0.2\ (360) = 72^{\circ}$

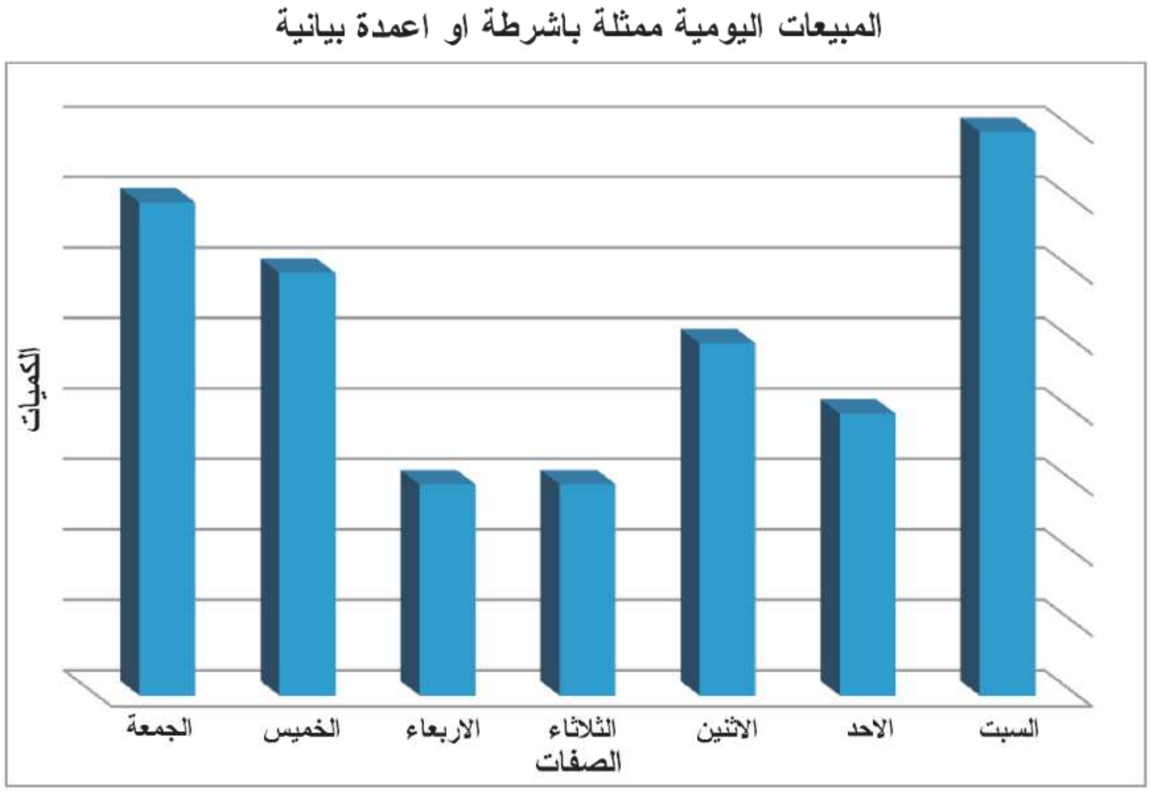
وبذلك يمكن أن يكون الرسم الدائري كما في الشكل (2-3) أدناه:



الشكل (2-3) يمثل دائرة بيانية للألوان المفضلة عند الأشخاص

b . الأشرطة أو الأعمدة البيانية (Simple Bar chart):

يمكن كذلك تمثيل البيانات بنوع آخر من الأشكال البيانية والمسمى بالأشرطة والمستطيلات البيانية وهي عبارة عن أشرطة أو مستطيلات متباعدة قواعدها تمثل صفة البيانات واطوالها تمثل كميات البيانات، وترسم من خلال رسم محورين، الأفقي يمثل صفات البيانات والعمودي يمثل كميات البيانات فالمثال (3-1) يمكن تمثيل بياناته بأشرطة ومستطيلات بيانية كما في الشكل (3-3) الآتي:



الشكل (3-3) يبين الأشرطة (الأعمدة) البيانية للكميات المباعة خلال اسبوع

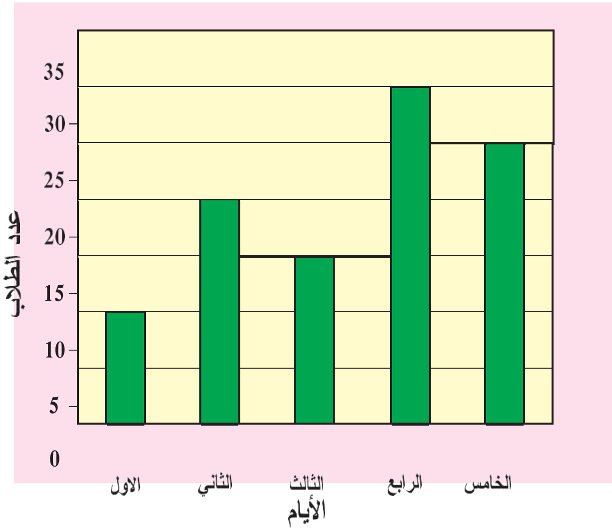
مثال (3-3):

في أدناه عدد الطلاب الذين قاموا باجتياز اختبار مادة الإحصاء خلال خمسة ايام في عدة صفوف، والمطلوب تمثيل البيانات بأشرطة أو أعمدة بيانية.

اليوم	عدد الطلاب
1	10
2	20
3	15
4	30
5	25

الحل:

يمكن أن نرسم هذه البيانات بوسيلة الأشرطة أو الأعمدة البيانية كما في الشكل الآتي:



الشكل (3-4): أشرطة بيانية لعدد الطلبة الذين اجتازوا اختبار الإحصاء

c. الخط البياني:

عبارة عن خط متذبذب او متكسر يوضح التغيرات الحاصلة في ظاهرة معينة عبر مرحلة معينة من الزمن. ويرسم من خلال رسم محورين أحدهما (الأفقي) يمثل المرحلة الزمنية والعمودي يمثل القيم أو الكميات خلال المراحل الزمنية، ويتم رسم أو تثبيت النقط الممثلة لكل مرحلة زمنية والكمية المناظرة لها، ومن ثم الإيصال بين النقط بخطوط مستقيمة، ويمكن رسم الخط البياني للمثال الآتي:

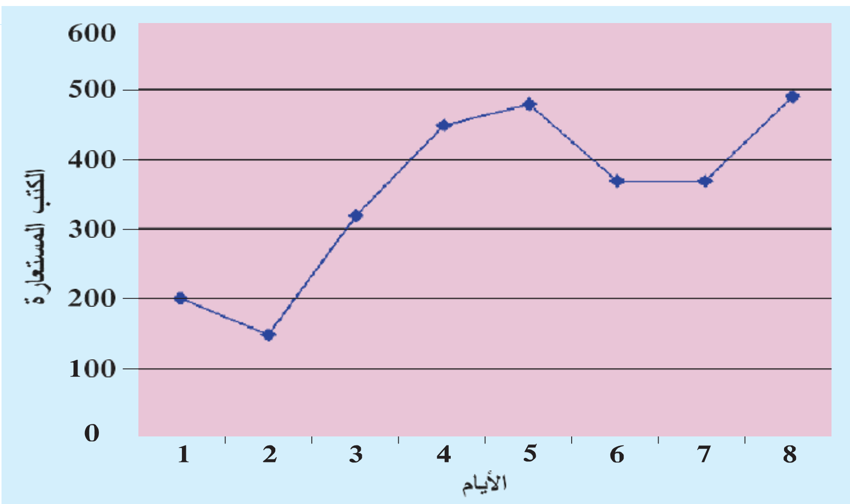
مثال (3-4):

الجدول الآتي يبين أعداد الكتب المستعارة من قبل الطلبة في إحدى الجامعات خلال ثمانية أيام :

الأيام	عدد الكتب
اليوم 1	200
اليوم 2	150
اليوم 3	320
اليوم 4	450
اليوم 5	480
اليوم 6	370
اليوم 7	370
اليوم 8	490

الحل:

يكون شكل الخط البياني كما في الشكل (3-5) الآتي:



الشكل (3-5) خط بياني لأعداد الكتب المستعارة خلال ثمانية أيام

2. العرض الهندسي للبيانات المبوبة

a. المدرج التكراري

وهو عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة (للمتغيرات المستمرة أوالمتصلة)، أو غير متلاصقة (للمتغيرات المتقطعة أو المنفصلة) قاعدة كل منها تمثل طول الفئة في التوزيع التكراري وارتفاعها يمثل قيمة التكرار المقابل لتلك الفئة، أي أن المحور السيني (X) أو الأفقي تستقر فيه الفئات والمحور الصادي (Y) أو العمودي تستقر فيه التكرارات.

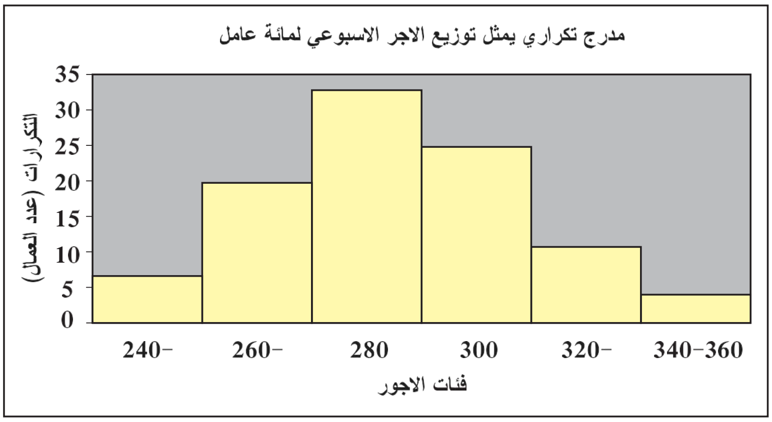
مثال (5-3):

البيانات الآتية تمثل مقدار الأجر الأسبوعي (دولار) إلى 100 عامل. ارسم المدرج التكراري للبيانات.

التكرار	فئات المحور
7	240 –
20	260 –
33	280 –
25	300 –
11	320 –
4	340 – 360

الحل:

يمكن رسم المدرج التكراري كما في الشكل (6-3) الآتي:



الشكل (6-3) يمثل المدرج التكراري لأعداد العاملين وفق الاجر الاسبوعي بالدولار

b. منحنيات التوزيعات التكرارية المتجمعة (الصاعدة والنازلة)

هناك نوعان من التوزيعات التكرارية المتجمعة الصاعدة والنازلة سنقوم ومن خلال الأمثلة بعرض المنحنيات الخاصة بالنوعين.

أولا: التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

وهو عملية تجميع التكرارات اعتمادا على الحدود العليا للفئات بحيث يكون التكرار الأول مقابل الحد الأعلى للفئة الأولى ثم يضاف اليه تكرار الفئة الثانية ليكون التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية وهكذا حتى يكون تكرار الفئة الأخيرة يساوي مجموع التكرارات.

مثال (6-3):

اوجد التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للبيانات الاتية التي تمثل توزيع 60 تلميذا وفقا للدرجات التي حصلوا عليها في احدى اختبارات الذكاء.

(علما ان الحد الاعلى لدرجات هذا الاختبار هي 130)

الفئات	التكرارات
60 -	3
70 -	6
80 -	11
90 -	13
100 -	14
110 -	6
120 - 130	7
	60

الحل:

يمكن حساب التكرار المتجمع الصاعد كما في الجدول أدناه:

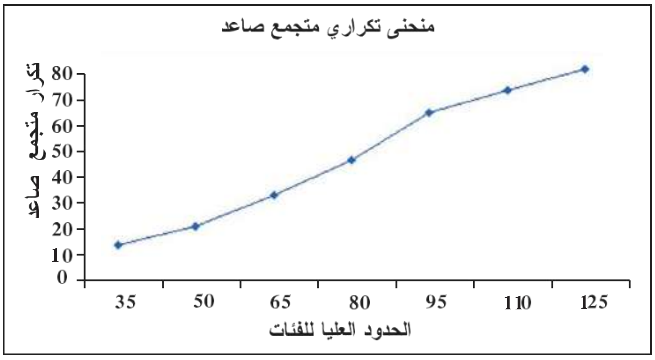
الفئات	التكرارات	الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
60 -	3	Less than 70 أقل من 70	3
70 -	6	Less than 80	9
80 -	11	Less than 90	20
90 -	13	Less than 100	33
100 -	14	Less than 110	47
110 -	6	Less than 120	53
120 – 130	7	130 and Less than 130	60
المجموع	60		60

الفئات	التكرارات
20 -	6
35 -	7
50 -	12
65 -	14
80 -	18
95 -	9
110 - 125	8
المجموع	74

يمكن حساب التكرار المتجمع الصاعد كما في الجدول ادناه:

الفئات	التكرارات	الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
20 -	6	Less than 35	6
35 -	7	Less than 50	13
50 -	12	Less than 65	25
65 -	14	Less than 80	39
80 -	18	Less than 95	57
95 -	9	Less than 110	66
110 – 125	8	Less than 125	74
المجموع	74		

ويمكن رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد من خلال إيصال خطوط بين النقاط الممثلة بالحدود العليا للفئات والتكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لها في الشكل (3-7) الآتي:



الشكل (3-7) المنحنى التكراري المتجمع الصاعد البيانات المثال (3-7)

ثانيا: التوزيع التكراري المتجمع النازل

وهو عكس التوزيع التكراري المتجمع الصاعد حيث يبدأ بمجموع التكرارات مقابل الفئة الأولى، ومن ثم يبدأ بإنقاص التكرارات واحدا بعد الآخر ويكون آخر التكرارت متجمع نازل هو آخر تكرار من البيانات الأصلية. بمعنى انه يعتمد الحدود الدنيا للفئات.

مثال (3-8):

أوجد التوزيع التكراري المتجمع النازل إلى أوزان 100 طالب:

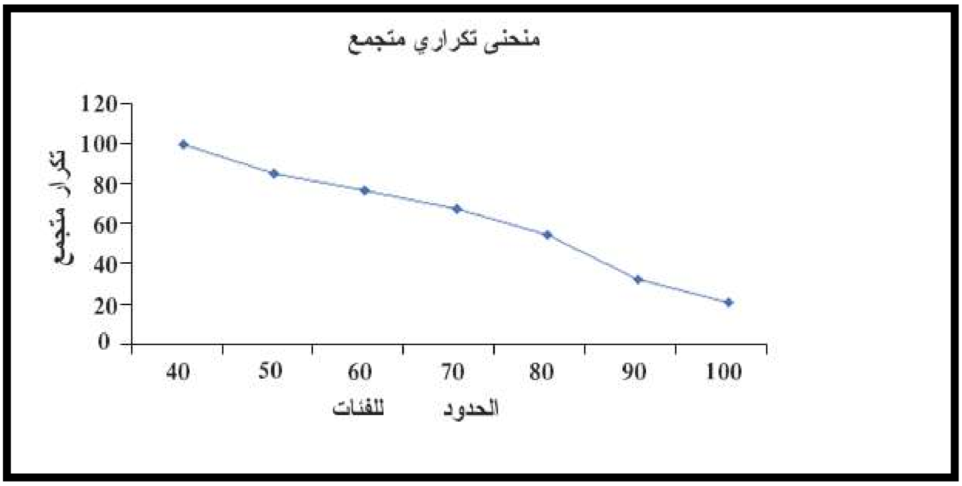
الفئات	التكرارات
40 -	14
50 -	8
60 -	9
70 -	12
80 -	21
90 -	11
100 - 110	25
المجموع	100

الحل:

يتم حساب التكرار المتجمع النازل من خلال الحدود الدنيا للفئات والتكرارات المقابلة لها، وكما في الجدول الآتي:

الفئات	التكرارات	الحدود الدنيا للفئات	تكرار المتجمع النازل
40 -	14	40 and more	100
50 -	8	50 and more	86
60 -	9	60 and more	78
70 -	12	70 and more	69
80 -	21	80 and more	57
90 -	11	90 and more	36
100 – 110	25	100 and more	25
المجموع	100		

ويمكن رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل من خلال إيصال خطوط بين النقاط الممثلة بالحدود الدنيا للفئات والتكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لها وكما في (8-3).



الشكل (8 – 3) المنحنى التكراري المتجمع النازل لبيانات المثال (8 – 3)

أسئلة وتمارين الفصل الثالث

س 1 : ماذا نعني بالمتغيّر العشوائي؟ حدد

س 2 : عرف التوزيع التكراري وحدد الخطوات المتبعة لأعداد التوزيع التكراري.

س3: أوجد التوزيع التكراري للبيانات الآتية:

a / 76، 80، 55، 44، 58، 34، 64، 70، 49، 38، 30، 41، 74، 33، 68،
36، 46، 41، 72، 65، 33، 37، 39، 70، 38، 60، 49، 50، 77، 62، 54،
63، 67، 30، 46، 54.

b /74، 37، 71.8، 66، 20، 42.8، 50.5، 33، 40.1، 22.4، 79.8،
76، 74، 66، 60.6، 42، 67.8، 59.4، 48، 28.9، 56، 64.3، 58،
29، 44، 28.6، 26، 32، 36، 38.6، 54.8، 48.6، 70.

س4: البيانات الاتية تمثل الدخل الشهري ل (160) عائلة عراقية. المطلوب تمثيل البيانات من خلال المدرج التكراري.

التكرارات	الفئات
50	200 −
53	300 −
42	400 −
15	500 − 600
160	المجموع

س5: البيانات الآتية تمثل أعداد طلبة اعداديات التجارة في احدى مناطق الرصافة في بغداد.

المطلوب تمثيلها بدائرة بيانية.

عدد الذكور 700

عدد الإناث 300

س6: البيانات الآتية تبين أعداد الطلبة المتخرجين من اعداديات التجارة في الكرخ خلال عشر سنوات. المطلوب تمثيل البيانات بخط بياني:

السنة	عدد الطلبة المتخرجين
1	400
2	440
3	380
4	300
5	420
6	360
7	380
8	400
9	430
10	420

س7: البيانات الاتية تبين صرفيات عائلة بالدينار في أحد الأشهر. المطلوب تمثيل البيانات بأعمدة (أشرطة) بيانية.

الفقرة	المبلغ المصروف
المواد الغذائية	450000
الملابس	150000
وسائط النقل	250000
كهرباء وماء	50000
الاطباء	80000

س8: جدول التوزيع التكراري الآتي يبين توزيع الدرجات في مادة الإحصاء لستين طالبا.

المطلوب :-

a. تمثيل الجدول بمدرج تكراري.

b. عمل كل من التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

التكرار	فئات الدرجات
12	40 –
10	50 –
8	60 –
18	70 –
8	80 –
4	90 – 100
60	المجموع

س9: ارسم المدرج التكراري لبيانات جدول التوزيع التكراري الآتي:

الفئات	التكرارات
40 - 46	30
47 - 53	60
54 - 60	80
61 - 67	60
68 - 74	30

الفصل الرابع
مقاييس النزعة (الميل) المركزية والتشتت

الاهداف

1-ان يتعرف الطالب على مقاييس النزعة المركزية

2- ان يتعرف الطالب على مقاييس التشتت

3-ان يفهم الطالب فوائد استعمال مقايسس النزعة المركزية ومقايسس التشتت

4-1: مقاييس النزعة المركزية

- الوسط الحسابي البسيط
- الوسط الحسابي المرجح
- الوسيط
- المنوال

4-2: مقاييس التشتت

- المدى
- التباين والإنحراف المعياري
- معامل الإختلاف
- المنوال

4-3: الدرجة المعيارية

مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

بعد أن تم تبويب وعرض البيانات في الفصول السابقة نستكمل في هذا الفصل تمثيل البيانات أو التعبير عنها بقيمة واحدة محسوبة كمقياس من مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات، إذ أن قيم هذه المقاييس تتمركز في وسط او مركز البيانات وبالتالي فان بعض القيم للبيانات هي أصغر من مقياس النزعة المركزية وبعضها أكبر وبعضها قد تكون مساوية لمقياس النزعة المركزية. وقبل الدخول في شرح هذه المقاييس فإننا نحتاج إلى شرح وتوضيح المفهوم الآتي:

رمز المجموع: $\sum$

غالبا ما نحتاج عند التعامل مع الطرق الإحصائية في التحليل الى عملية جمع سلسلة من قيم المتغيرات، فلو فرضنا اننا قمنا بتجربة و حصلنا على النتائج بهيئة سلسلة من الأعداد

$$X1, X2, X3., ..., X_n ,$$

وعندئذ فإن المجموع الكلي لهذه الاعداد هو:

$$X1 + X2 + X3 \ldots\ldots\, X_n$$

وبهدف تسهيل عملية كتابة المجموع الكلي بصورة أكثر اختصار فانه يتم التعبير عنه بالرمز

حيث أن: $\sum_{i=1}^{n} xi$

الرمز $\sum$ يشير إلى عملية جمع وهو حرف اغريقي يلفظ (سكما) Sigma اتمثل دليلا لتسلسل المتغير عند عملية الجمع. وفي مثالنا السابق فان i يبدأ من i =1 وينتهي i=n

حيث ان n=عدد المفردات اوالقيم $\sum_{i=1}^{n} xi = X1+X2+X3\ldots\ldots\ldots\ldots + X_n$

مثال (1-4): توفرت البيانات في أدناه والتي تمثل الأعمار (X) السنوات لخمسة طلاب في احدى اعداديات التجارة للمرحلة الأولى:

$$X_1=15, X_2 = 17, X_3 = 15, X_4 = 16, X_5 = 18$$

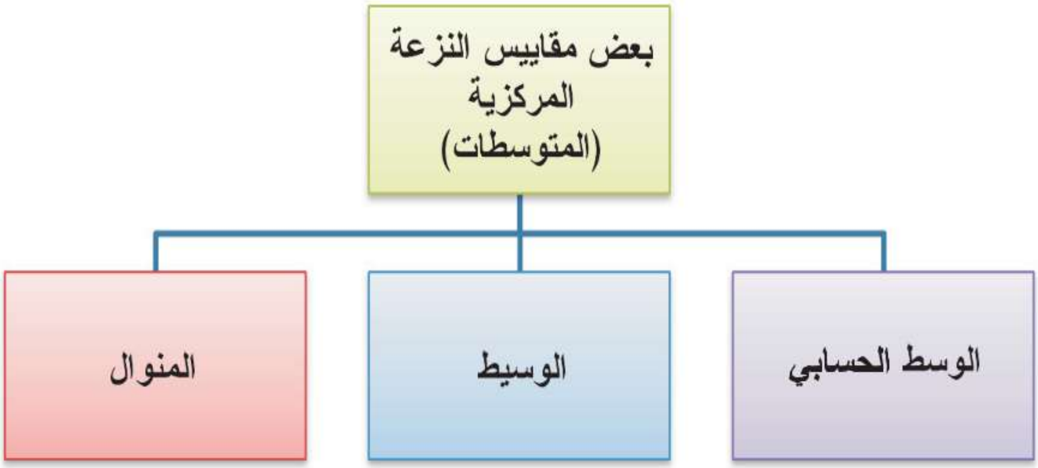
فان مجموع هذه القيم يحسب بتطبيق رمز المجموع كالآتي:

$$\sum_{i=1}^{n} xi = x_1 + x_2, + x_3, + x_4, + x_5$$

$$\sum_{i=1}^{n} xi = 15 + 17 + 15 + 16 + 18 = 81$$

4-1: مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات)

عندما نبحث عن مقياس يكون معبرا عن الظاهرة موضوع الدراسة وممثلا لها أي نريد الحصول على قيمة واحدة تعبر عن جميع القيم، نأخذ المتوسط أي العدد الذي يقع في وسط المجموعة من البيانات في حالة ترتيبها حسب صغرها أو كبرها هذا الأمر جعلنا نطلق على هذا النوع من المقاييس بمقياس نزعة مركزية وسميت المتوسطات، وهي على انواع ومنها الموضحة في المخطط (4-1)



المخطط (4-1) يبين بعض مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات)

1. الوسط الحسابي (The Arithmetic mean):

ويسمى في بعض الأحيان المتوسط أو المعدل الحسابي، ويرمز له بالرمز (X) ويعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم (هو قيمة المتوسط لكل مشاهدة فإن مجموع هذه القيم الجديدة يكون مساوية لمجموع المشاهدات الأصلية) وهو أهم مقاييس النزعة المركزية لما يمتاز به من خصائص جيدة وسهولة حسابه، وهو متداول كثيرة في حياتنا اليومية. هناك طرق عدة الحساب الوسط الحسابي وحسب كون البيانات هل هي مبوبة (موضوعة في جداول) أم أنها غير مبوبة، وفيما يلي اهم تلك الطرق:

a. في حالة البيانات غير المبوبة:

يحسب الوسط الحسابي على وفق الصيغة الآتية والتي تسمى الطريقة المباشرة:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

قيمة المفردة = n,i= عدد المفردات $\bar{x}$ = الوسط الحسابي

مثال 2-4:

كانت اعمار تسعة طلاب هي 8، 12، 15، 11، 9، 18، 13، 10، 12

المطلوب ايجاد الوسط الحسابي للأعمار.

الحل:

بتطبيق الطريقة المباشرة لحساب الوسط الحسابي كالآتي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{8 + 11 + 15 + 12 + 9 + 18 + 13 + 10 + 12}{9} = \frac{108}{9} = 12$$

مثال 2-4:

البيانات الآتية تمثل الأوزان (بالكغم) لعينة من الطلبة قوامها 5 طلاب والمطلوب إيجاد متوسط وزن الطالب.

52، 60، 58، 68، 67

الحل:

نطبق الصيغة بالطريقة المباشرة كالآتي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{52 + 60 + 58 + 68 + 67}{5} = \frac{305}{5} = 61$$

b.في حالة البيانات المبوبة

يحسب الوسط الحسابي للجدول التكراري وفق الصيغة المباشرة الآتية:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_m f_m}{f_1 + f_2 + \cdots + f_m}$$

حيث x تمثل مركز الفئة i وf تمثل التكرار للفئة و m تمثل عدد الفئات .

مثال 4-4:

الجدول الآتي يبين توزيع مائة شخص حسب فئات الوزن بالكيلوغرام المطلوب حساب الوسط الحسابي للوزن.

فئات الاوزان	التكرار (f)
30 -	9
40 -	15
50 -	22
60 -	25
70 -	18
80 - 90	11
	100

الحل:

نحدد مركز الفئة (x) = مركز الفئة الاولى = $\frac{\text{الحد الاعلى + الحد الادنى}}{2}$

$$= \frac{30+40}{2} = 35$$

مركز الفئة الثانية = $\frac{40+50}{2} = 45$

خطوات الحل

1. حساب مراكز الفئات ويرمز لها بالرمز (x) ثم نضرب مركز الفئة (x) في تكرارها (f)
2. نجد الوسط الحسابي بتطبيق الصيغة:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i}$$

عزيزي الطالب..

يمكن حساب الفئات بأسلوب ثاني عن طريق اضافة طول الفئة =10 الى مركز الفئة الأولى ثم الثانية وهكذا بما ان الفئات لدينا من النوع المتساوي

نحسب مركز كل فئة (X) ونضربه بالتكرار (f) وكما في الجدول أدناه:

فئات الاوزان	التكرار (f)	x_i	$x_i f_i$
30-	9	35	315
40-	15	45	675
50-	22	55	1210
60-	25	65	1625
70-	18	75	1350
80-90	11	85	935
Σ	100		6110

ونحسب قيمة الوسط الحسابي بتطبيق الصيغة الآتية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{6110}{100} = 61.1$$

مثال 5-4:

التوزيع الاتي يمثل الانتاج (بالطين) لمساحيق الغسيل خلال 60 يوما في الشركة العامة للزيوت النباتية المطلوب إيجاد الوسط الحسابي للإنتاج.

الفئات	التكرار (f_1)
8 -	5
10 -	15
12 -	20
14 -	10
16 -	6
18 - 20	4
	60

نحسب مركز كل فئة (x) ونضربه بالتكرار (f) وكما في الجدول ادناه:

الفئات	التكرار(f_1)	مراكز الفئاتX_1	$X_1 \ f_1$
8 -	5	9	45
10 -	15	11	165
12 -	20	13	260
14 -	10	15	150
16 -	6	17	102
18 - 20	4	19	76
$\sum$	60		798

ونحسب قيمة الوسط الحسابي بتطبيق الصيغة الآتية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{798}{60} = 13.3$$

مزايا الوسط الحسابي:

1. المزايا: بساطة فكرته.
2. سهولة حسابه.
3. إن جميع القيم تساهم في حساب الوسط الحسابي.

عيوب الوسط الحسابي:

1. إن قيمة الوسط الحسابي تتاثر على نحو كبير بالقيم الشاذة الكبيرة أو الصغيرة قياسا الى قيم البيانات
2. لا يمكن إيجاد الوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة من بداية الفئة الأولى أو من نهاية الفئة الأخيرة.
3. تتأثر قيمة الوسط الحسابي بأي تسجيل خاطئ لقياسات العينة.
4. لا يمكن حسابه بيانياً.

2. الوسط الحسابي المرجح (The Weighted mean):

في بعض الاحيان يكون لكل قيمة من قيم المتغير أهمية نسبية أو وزن wi فيتم حساب قيمة الوسط الحسابي المرجح (الموزون) للبيانات المبوبة كالآتي:

يتم اعتماد الصيغة الآتية لحساب قيمة الوسط الحسابي المرجح:

$$\bar{X}w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}$$

إذ أن:

$\bar{X}_w$: الوسط الحسابي المرجح.

wi: أوزان المفردات.

x_i: القيم الأصلية للمتغير.

مثال 6-4:

كانت درجات أحد الطلبة في المواد الدراسية المقررة وعدد الحصص الاسبوعية لكل مادة هي كالآتي: الدرجات:

الدرجات :	56	65	72	68	74
عدد الحصص:	5	3	2	4	2

الحل:

بتطبيق صيغة حساب قيمة الوسط الحسابي المرجح (الموزون) في أدناه نحصل على قيمة الوسط الحسابي المرجح:

$$\bar{X}w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}$$

$$\bar{X}w = \frac{74(2) + 68(4) + 72(2) + 65\,(3) + 56\,(5)}{16} = 64.9$$

3. الوسيط (The median)

يعرف الوسيط لمجموعة من القيم بأنه القيمة التي تتوسط المجموعة بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، أي أنها القيمة التي تجعل عدد القيم قبلها مساو لعدد القيم بعدها، ويتم استعماله حتى وإن احتوت البيانات على قيم شاذة (كبيرة أو صغيرة)، ويرمز له بالرمز M_e

طرق إيجاد قيمة الوسيط

يتم إيجاد قيمة الوسيط تبعا لحالة البيانات

a. حالة البيانات غير المبوبة:

1. نرتب القيم تصاعدياً او تنازلياً.

2. نأخذ القيمة التي تقع في المنتصف.

1. إذا كان عدد القيم (n) فردياً عندئذ فإن قيمة الوسيط تقع في وسط القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً إذ نحدد موقع الوسيط عن طريق الصيغة $\frac{n+1}{2}$ وبالتالي فان قيمة الوسيط هي القيمة الواقعة في هذا الموقع.

مثال 7-4:

الآتي درجات تسعة طلاب في امتحان معين، جد قيمة الوسيط للدرجات.

88، 65، 75، 90، 45، 50، 66، 81، 52

الحل:

ترتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً:

90، 88، 81، 75، 66، 65، 52، 50، 45 (نلاحظ أن عدد القيم فردياً)

ترتيب الوسيط هو $\frac{n+1}{2}$ وحسابه يكون:

$$\frac{9+1}{2} = 5$$

هذا يعني القيمة التي ترتيبها الخامس هي قيمة الوسيط أي أن:

$$M_e = 66$$

2. إذا كان عدد القيم (n) زوجي عندئذ فإن قيمة الوسيط تمثل الوسط الحسابي للقيمتين التي موقعهما:

$\frac{n}{2}+1$ ، $\frac{n}{2}$ بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

مثال 8-4:

الآتي الكميات المباعة بالكغم من مادة السكر لأحد الأسواق خلال عشرة أيام، جد الوسيط للكميات المباعة.

58 , 60 , 48 , 67, 51 , 71 , 47 , 50 , 61 , 91

الحل:

نرتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

47 ,48 ,50 ,51 ,58 ,60 ,61 ,67 ,71 ,91

قيمة الوسيط هو الوسط الحسابي للترتيبين $\frac{n}{2}, \quad \frac{n}{2}+1$

$$\frac{10}{2}=5, \frac{10}{2}+1=6$$

وبما أن قيمة الترتيب الخامس هي 58 وقيمة الترتيب السادس هي 60 فيتم حساب قيمة الوسيط عن طريق حساب الوسط الحسابي لقيمتي الترتيبين الخامس والسادس وكما يأتي:

$$M_e=\frac{58+60}{2}$$

$$M_e= 59$$

b. حالة البيانات المبوبة:

يتم حساب قيمة الوسيط من الجداول التكرارية وفق الصيغة الآتية:

$$M_e = L.L + \frac{\frac{\sum f}{2} - F_b}{f_m} L_c$$

إذ أن:

F_b: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة للفئة الوسيطية

$\frac{\sum f}{2}$: ترتيب الوسيط

f_m : تكرار الفئة الوسطية

L_e : طول الفئة الوسيطية

$L.L$: الحد الأدنى للفئة الوسطية

f_b : التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسطية والفئة الوسطية هي الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يحتوي على ترتيب الوسيط .

مثال 9-4:

فيما يأتي توزيع تكراري لعدد من الطلبة والدرجات التي حصلوا عليها في امتحان مبادئ المحاسبة. المطلوب / إيجاد وسيط الدرجات التي حصلوا عليها

عدد الطلبة (f)	فئات الدرجات
9	30 -
15	40 -
22	50 -
25	60 -
18	70 -
11	80 - 90
100	المجموعات

الحل:

نجد التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع (F) وندرجه في الجدول أدناه:

التكرار المتجمع الصاعد (F)	عدد الطلبة (f)	فئات الدرجات
9	9	30 -
24	15	40 -
46	22	50 -
71	25	60 -
89	18	70 -
100	11	80 - 90
	100	المجموع

نحدد موقع الوسيط من خلال الصيغة:

$\frac{\Sigma f}{2}$ **اذا سيكون :**

$$50 = \frac{100}{2}$$

الفئة الوسيطية = (70 – 60) وهي التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد (71) الذي يضم قيمة موقع الوسيط (50) ونطبق الصيغة الآتية لحساب قيمة الوسيط:

$$M_c = L.L + \frac{\frac{\Sigma f}{2} - F_b}{f_m} L_c$$

$$M_c = 60 + \frac{50 - 46}{25} \times 10$$

$$M_c = 60 + \frac{4}{25} \times 10 = 61.6$$

مزايا الوسيط:

1. لا يتأثر بالقيم الشاذة.
2. يمكن حسابه بيانياً.
3. يمكن حسابه في التوزيعات التكرارية المفتوحة.
4. يمكن إيجاده في حالة التوزيعات ذات الفئات غير المتساوية.

عيوب الوسيط:

1. لا تدخل جميع القيم في حسابه.
2. يتأثر على نحو كبير بأخطاء المعاينة

4. المنوال (The mode):

يعرف المنوال على أنه القيم الأكثر تكراره (شيوعا) في مجموعة البيانات، وقد يكون المجموعة البيانات منوالاً واحداً Unimodal، أو يكون له منوالين وتسمى ثنائية المنوال Bimodal أو يكون لها أكثر من منوالين فتسمى متعددة المنوال، وقد لا يكون لمجموعة البيانات أي منوال وبذلك تسمى عديمة المنوال.

طرق ايجاد المنوال

a. حالة البيانات غير المبوبة:

قيمة المنوال (M_o) لهذه الحالة هي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها.

عزيز الطالب ....

لا يمكن حساب قيمة المنوال عندما تكون الفئة المنوالية الاولى او الأخيرة وبغض النظر عنن قيمة التكرار المقابل لها

مثال 4-10:

ما هي قيمة المنوال لمجموعة الأعداد التالية: **6, 9, 3, 8, 7, 4, 2, 4**

الحل:

قيمة المنوال هي:

$$M_{0=4}$$

لأنه تكرر أكثر من غيره.

مثال 11 – 4

ما هي قيمة المنوال لمجموعة الأعداد الآتية:

2, 8, 5, 2, 8, 7, 9,5, 8, 3

الحل:

المنوال = $M_{0=8}$ **لأنها الأكثر تكراراً بين الأعداد**

مثال 12 – 4 :

ما هي القيمة المنوالية لمجموعة الأعداد الآتية:

50, 45, 55 , 60, 58, 67, 59

الحل:

لا يوجد منوال لعدم وجود قيمة تكررت أكثر من غيرها.

مثال 13 ــ 4:

الآتي أسعار البرتقال في أسواق بغداد بالدينار

1250, 1750 ,900, 1000,1500,750, 1000,1250

المطلوب حساب منوال السعر؟

الحل :

نلاحظ أن السعر 1000 تكرر مرتين والسعر 1250 أيضا تكرر مرتين وعليه فهناك منوالان هما:

M_0 =1000 , M_0=1250

b. حالة البيانات المبوبة

طريقة الفروق (طريقة بيرسون):

$$M_o = L.L + \frac{d_1}{d_1+d_2} . L_c$$

M_0: المنوال.

$L.L$: الحد الأدنى للفئة المنوالية (الفئة التي تقابل أكبر تكرار).

d_1: تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة التي قبلها.

d_2: تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة التي بعدها.

L_c: طول الفئة المنوالية.

مثال 14-4:

الآتي توزيع تكراري يمثل اوزان مجموعة من الطلبة. المطلوب إيجاد المنوال

عدد الطلاب (التكرار)	فئات الاوزان
9	30 -
15	40 -
22	50 -
25	60 -
18	70 -
11	80 - 90

عزيز الطالب: -

يمكنك استخدام الصيغة $M_0 = l \cdot L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} L_c$

الحل:

الفئة المنوالية هي (60) التي تقابل أكبر تكرار (25).

$d_1 = 25 - 22 = 3$

$d_2 = 25 - 18 = 7$

$L_c = 10 =$ طول الفئة المنوالية

$$M_o = 60 + \frac{3}{3+7} .(10)$$

$$M_o = 60 + \frac{30}{10} = 60 + 3 = 63$$

مثال 4-15:

التوزيع الآتي يمثل اعمار (بالسنين) موظفي إحدى الشركات، المطلوب إيجاد المنوال.

فئات الاعمار	عدد الموظفين
اقل من 20	2
20 -	8
30 -	16
40 -	17
50 -	23
60فاكثر	14

الحل:

أكبر تكرار في التوزيع هو 23 عليه فان فئة المنوال هي الفئة الخامسة 60 ـــ 50 وقيمة المنوال بتطبيق الصيغة.

$$M_o = LL + \frac{d_1}{d_1 - d_2} \times L_c$$

$$M_o = 50 + \left(\frac{(23-17)}{(23-17)+(23-14)}\right) \times (10)$$

$$M_o = 50 + \frac{60}{15} = 50 + 4 = 54$$

مزايا المنوال:

1. انه مقياس سهل الفهم والحساب.
2. يمكن تقدير المنوال عن طريق التخمين.
3. لا يتأثر بالقيم الشاذة. 4. يمكن إيجاده في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

عيوب المنوال:

1. يتأثر بأخطاء المعاينة.
2. لا يمكن إيجاده في حالة عدم وجود قيم متكررة.
3. قد يوجد أكثر من منوال في حالة تكرار القيم بالعدد نفسه.

3 -4 : مقاييس التشتت (Measures of Dispersion):

أن لكل مجموعة من الأعداد وسطاً حسابياً وإن أعداد هذه المجموعة ربما تكون متجمعة بالقرب منه أو مبتعدة عنه فإذا كانت هذه الأعداد متجمعة بالقرب من وسطها الحسابي فإن مقدار تشتتها ضئيل وإذا كانت هذه الأعداد مبتعدة عن وسطها الحسابي فإن تشتتها كبير. ويستعمل التشتت عند تساوي الأوساط الحسابية لمجاميع مختلفة من البيانات كما يستخدم ايضا مع ذكر حالة التجانس للبيانات.

مثلا

إن الوسط الحسابي لمجموعتي الأعداد الآتية متساو وهو (50)

المجموعة 1: 70,60,50,40,30

المجموعة 2: 30,100,90,20,10

عند تأمل المجموعة 1 نشاهد أن تشتتها عن الوسط الحسابي ضئيل بينما تشتت أعداد المجموعة 2 كبير.

انواع مقاييس التشتت:

1. المدى (The Range):

يعد المدى أبسط أنواع مقاييس التشتت ويعرف بأنه الفرق ما بين أكبر قيمة في مجموعة بيانات وأصغر قيمة فيها ويرمز له بالرمز R.

مثال 4-16:

البيانات الآتية تمثل عدد أفراد مجموعة من الأسر في إحدى مدن بغداد، جد المدى.

3,5,2,8,7,10,9,15,12

إن أكبر قيمة في المجموعة 15 وأصغر قيمة فيها هي 2 عليه فإن قيمة المدى ستكون:

$$R=15 - 2 = 13$$

أما في حالة البيانات المبوبة (التوزيعات التكرارية) فإن المدى يمثل الفرق ما بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

مثال 4-17:

أوجد المدى للتوزيع الآتي الذي يمثل المصاريف الإسبوعية (الف دينار) إلى 20 طالبة في إحدى الكليات.

التكرارات	الفئات
6	20 -
4	30 -
8	40 -
2	50 - 60

وعليه فإن قيمة المدى ستكون:

$$R = 60 - 20 = 40$$

2. التباين والانحراف المعياري (Standard deviation & Variance):

يعرف مقياس التباين بأنه متوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي. فيما يعرف مقياس الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي. أي أن قيمة الانحراف المعياري هي الجذر التربيعي الموجب لقيمة التباين.

طرق حساب الانحراف المعياري

a. في حالة البيانات غير المبوبة:

يتم حساب قيمة الانحراف المعياري لقيم عددها n عن طريق الصيغة الآتية:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

S : قيمة الإنحراف المعياري

x_i : قيم المفردات

$\overline{x}$: الوسط الحسابي

: الوسط الحسابي وفي حالة أن يكون عدد القيم صغير (n<30) بمعنى حجم العينة يكون صغيرا فإن صيغة حساب الانحراف المعياري تكتب كما يأتي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n - 1}}$$

مثال 18-4:

البيانات الاتية تمثل درجات حصل عليها خمسة طلبة في إحدى الامتحانات اليومية 9,7,5,3,1 والمطلوب ايجاد الانحراف المعياري.

الحل

نحسب قيمة الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

ومن ثم نقوم بحساب الفرق (الانحراف) لكل قيمة عن قيمة الوسط الحسابي ومن ثم نقوم بتربيع هذه الفروقات (الانحرافات) وكما في الجدول الآتي:

x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
9	4	16
7	2	4
5	0	0
3	2 -	4
1	4 -	16
25		40

ولكون عدد القيم صغير نطبق الصيغة الآتية لحساب قيمة الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{40}{5-1}} = \sqrt{10} = 3.1623$$

أي أن قيمة الانحراف المعياري للدرجات أعلاه هي: 3.1623 درجة

ملاحظات:

1. إن وحدة القياس لقيمة الانحراف المعياري تكون وحدة القياس نفسـها للمتغير فإذا كان المتغير مقاس بالمتر مثلا فان قيمة الانحراف المعياري ستظهر بالمتر ايضا .
2. إذا أردنا أن نحسب مقياس التباين فهو كما ذكرنا في تعريفه سيكون مربع قيمة الانحراف المعياري وإن وحدة القياس له ستكون مربع وحدة القياس للمتغير بمعنى لو كانت وحدة القياس للمتغير كما قلنا سابقا بالمتر فان وحدة القياس لقيمة التباين ستكون بالمتر المربع. الآن إذا أردنا حساب مقياس التباين وهو الذي يساوي مربع قيمة الانحراف المعياري للمثال أعلاه فستكون قيمة التباين

$S = (3.1623)^2 = 10$

ووحدة القياس هي (درجة) ولذا ولهذا السبب يفضل استعمال مقياس الانحراف المعياري لأنه يظهر بوحدة القياس نفسها للمتغير.
3. إن مقياس الانحراف المعياري مهم ويستعمل كثيرة في قياس التشتت وفي مقارنة التشتت لقيم مجموعتين أو أكثر إذا كانت وحدة القياس هي نفسها لقيم المجموعات، إذ أن المجموعة التي يظهر لها قيمة إنحراف معياري أقل من قيم الإنحراف المعياري لبقية المجموعات فهي المجموعة التي ستتصف بأن تشتتها قليل أي أن لها تجانس بين قيمها وقيمة الوسط الحسابي لها أفضل من تجانس بقية المجموعات.

مثال 19-4:

البيانات الآتية تمثل أوزان عينه من 10 طلاب بالكغم:

56,62,69,71,68,65,63,72,68,56

المطلوب حساب الانحراف المعياري لأوزان الطلبة:

الحل:

إن قيمة الوسط الحسابي ستكون: $X = \frac{650}{10} = 65$ ونحسب مربع انحراف أو فرق كل قيمة عن قيمة الوسط الحسابي وكما في الجدول التالي:

x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
56	-9	81
68	3	9
72	7	49
63	-2	4
65	0	0
68	3	9
71	6	36
69	4	16
62	- 3	9
56	- 9	81
650		294

ونحسب قيمة الانحراف كما يأتي:

$$S = \sqrt{\frac{294}{9}}$$

$$S = 5.715$$

الانحراف المعياري هي 5.715 كغم

b. في حالة البيانات المبوبة

يتم حساب الانحراف المعياري حسب الصيغة الآتية:

$$s = \frac{\sqrt{\sum fi \ (xi - \bar{x})^2}}{\sum fi}$$

حيث: S: الانحراف المعياري

f_i: التكرار للفئة i

x_i : مركز الفئة i

$\bar{x}$: الوسط الحسابي

مثال 22-4:

كانت درجات مجموعة من الطلبة كما في التوزيع الآتي، المطلوب استخراج الانحراف المعياري لدرجات هذه المجموعة.

عدد الطلبة	الدرجات
6	25 -
8	35 -
15	45 -
6	55 -
5	65 - 75
40	

الحل :

نحسب قيمة الانحراف ما يأتي:

الدرجات	عدد الطلبة	x_i	$f_i x_i$
25 –	6	30	180
35 –	8	40	320
45 –	15	50	750
55 –	6	60	360
65 – 75	5	70	350
	40		1960

نحسب قيمة الوسط ما يأتي:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1960}{40} = 49$$

الدرجات	عدد الطلبة	x_i	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
25 –	6	30	180	-19	361	2166
35 –	8	40	320	-9	81	648
45 –	15	50	750	+1	1	15
55 –	6	60	360	+11	121	726
65 – 75	5	70	350	+21	441	2205
	40		1960			5760

ونحسب قيمة الانحراف المعياري من خلال الصيغة الآتية:

$$s = \frac{\sqrt{\sum \text{fi } (\text{xi} - \bar{x})^2}}{\sum fi}$$

$$s = \frac{\sqrt{5760}}{40} = \sqrt{144} = 12$$

معامل الاختلاف (Coefficient of Variation):

هو عبارة عن النسبة المئوية لمساهمة الانحراف المعياري (S) من وحدات الوسط الحسابي $\bar{x}$ ويستعمل في مقارنة التشتت بين مجموعتين لهما وحدات القياس نفسها وقد تكونا مختلفتين في وحدات القياس من خلال مقارنة معامل اختلاف المجموعة الأولى مع معامل اختلاف المجموعة الثانية وعندئذ يقال للمجموعة بأنها أقل تشتتاً أو أكثر تجانساً إذا كان معامل اختلافها أقل من معامل الاختلاف للمجموعة الأخرى. ويرمز له بالرمز C.V وصيغته:

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} .100$$

معامل الإختلاف: C.V

الإنحراف المعياري: S

الوسط الحسابي: $\bar{X}$

مثال 23-4:

كان متوسط درجات طلبة الصف الأول تجاري في امتحان مباديء المحاسبة 69 درجة بإنحراف معياري (19.3)، في حين كان متوسط درجاتهم في امتحان مباديء الإحصاء 75 درجة، وبإنحراف معياري (25.5) في أي الإمتحانين كان مستوى أداء الطلبة أكثر تقارباً (أفضل).

الحل:

نجد معامل الاختلاف لكل امتحان حيث أن قيمة معامل الاختلاف لامتحان مبادئ المحاسبة هو :

$$C.V = \frac{19.3}{69} \times 100 = 28\%$$

وقيمة معامل الاختلاف لإمتحان مادة الاحصاء هو :

$$C.V = \frac{25.5}{75} \times 100 = 34\%$$

وبما أن قيمة معامل إختلاف مبادئ المحاسبة اقل من قيمة معامل إختلاف مبادئ الاحصاء عليه فأن مستوى اداء الطلبة في إمتحان مبادئ المحاسبة كان أقل تشتتاً أو أكثر تجانساً أو تقارباً

4-3: الدرجة المعيارية (Standard Score)

هي خارج قسمة فرق قيمة المتغير عن الوسط الحسابي لمجموعة بيانات على الإنحراف المعياري لتلك المجموعة، ويتم استعمال قيمة الدرجة المعيارية للمفاضلة أو للمقارنة بين أفضلية قيمتان تنتميان لمجموعة القيم نفسها أو أن كل قيمة تنتمي لمجموعة معينة. ويرمز للدرجة المعيارية بالرمز Z. وصيغتها هي:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

الدرجة المعيارية: Z

الانحراف المعياري: S

والقيمة التي لها درجة معيارية أعلى هي الأفضل.

مثال 25-4:

حصل طالب على 82 درجة في مادة مبادئ الإحصاء حيث كان متوسط الدرجات 75 وذلك بانحراف معياري 10 درجات ثم حصل على 89 درجة في مادة المحاسبة و كان متوسط الدرجات 81 درجة وبانحراف معياري 16 درجة. المطلوب في أي المادتين كانت درجة استيعاب الطالب أعلى.

الحل:

نحسب الدرجة المعيارية لدرجة مادة مبادئ الإحصاء كما يأتي:

$$z = \frac{82 - 75}{10} = 0.7$$

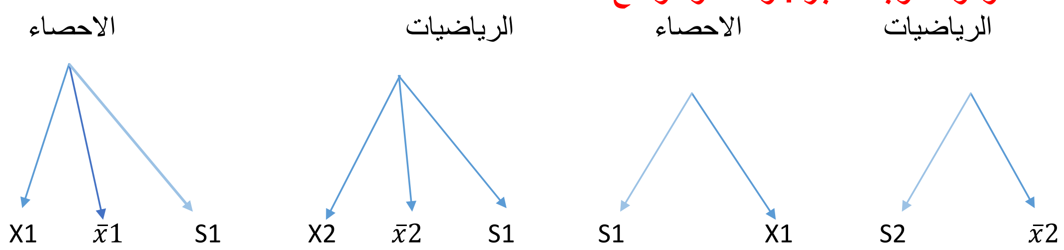
ونحسب الدرجة المعيارية لدرجة مادة المحاسبة كما يأتي:

$$z = \frac{89 - 81}{16} = 0.5$$

هذا يدل على أن درجة استيعاب الطالب لمادة مباديء الإحصاء أفضل أو أعلى من درجة استيعابه لمادة المحاسبة.

عزيزي الطالب ......

الان يمكنك التفريق بين معامل الاختلاف (s) والدرجة المعيارية (z) باستخدام أسلوب سهل وسلس وهو أسلوب الشجرة. وكما هو موضح ادناه



أسئلة وتمارين الفصل الرابع

س 1: بلغت سرعة أحد القطارات خلال رحلة بغداد - بصرة بخمس ساعات هي كالاتي:

100,75,110,97,90

المطلوب : إيجاد معدل سرعة القطار.

س2: كان إنتاج أحد العمال في أحد مصانع النسيج بالطن خلال ثمان ساعات هي

55,52,77,45,80,60,71,69

المطلوب : إيجاد معدل الإنتاج خلال الساعة.

س 3: في تقرير شهري للأجور ظهرت الإحصائية الآتية بساعات العمل الإضافية .

التكرارات	الفئات
2	1-2
3	3-4
4	5-6
6	7-8
10	9-10

المطلوب: إيجاد معدل عدد الساعات الإضافية التي اشتغلها العمال خلال الشهر

س 4 إذا توفرت لديك البيانات الاتية بين في أي المادتين كان مستوى الطالب أفضل

مادة الرياضيات			مادة الأحصاء		
S	$\bar{x}$	الدرجة X	S	$\bar{x}$	الدرجة X
10	30	80	5	60	90

س5: التوزيع الثاني يمثل الملقحين بلقاح co-19 في احد المراكز الصحية في بغداد.

الفئات	40-50	50-60	60-70	70—80	80 - 90
التكرار(العدد)	10	20	40	30	50

والمطلوب حساب الوسط الحسابي لتلك الاعمار

س6: كانت حركة الايداع (بالملايين) لدى أحد المصارف خلال شهر كالآتي

المبلغ المودع	عدد المودعين
100 -	8
150 -	11
200 -	16
250 -	10
300 -	9
350 - 400	6

المطلوب / إيجاد الوسط الحسابي للمبالغ المودعة لدى المصرف

س7: كانت الأجور اليومية الموزعة على عمال أحد المصانع بالشكل الآتي

الأجور بالألف دينار	عدد العمال
اقل من 60	8
60 - 70	16
70 - 80	24
80 - 90	17
90 - 100	5

المطلوب : إيجاد معدل الأجور.

س8: كانت أعمار مجموعة من العمال في مصنع السجاد العراقي كما يأتي:

العمر بالسنين	عدد العمال
15 -	35
25 -	50
35 -	65
45 -	43
55 - 65	17

المطلوب: إيجاد وسيط العمر

س9: كانت أعداد أفراد الأسرة في إحصائية للسكان كما يأتي

عدد افراد الاسرة	عدد الاسر
1 - 3	12
4 - 6	15
7 - 9	18
10 - 12	13
13 - 15	10

المطلوب: حساب المنوال لعدد أفراد الأسرة

س10: كانت درجات الطلبة في الامتحان الشهري لمبادة مبادئ المحاسبة هي:

المطلوب: إيجاد الانحراف المعياري للتوزيع.

عدد الطلبة	الدرجات
6	25 - 6
8	35 - 8
15	45 - 15
6	55 - 6
5	65 - 75

س11: جد الانحراف المعياري للمبيعات الأسبوعية (5 أيام) المركزين للمبيعات للشركة العامة لبطاريات.

المركز ب	المركز أ
250	200
320	300
360	400
340	350
300	230

س12: إذا علمت أن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات 50 طالباً في امتحان مادتي مبادئ الإحصاء والرياضيات المالية كانت كما يأتي:

المادة	الإحصاء	الرياضيات المالية
الوسط الحسابي	75	62
الإنحراف المعياري	8	6

فإذا كانت درجة أحد الطلبة في الإحصاء هي 75 وفي الرياضيات المالية 68 ففي أي من هذين الامتحانين كان مستوى الطالب أفضل؟

الفصل الخامس

الارتباط الخطي البسيط

Simple linear Correlation

الأهداف:

1. أن يتعلم الطالب مفهوم العلاقة بين متغيرين

2. أن يتعلم الطالب كيفية قياس العلاقة بوساطة معامل الارتباط

3. حساب معامل الارتباط للبيانات الكمية (المقاسة) والبيانات النوعية (الوصفية)

الفصل الخامس الارتباط

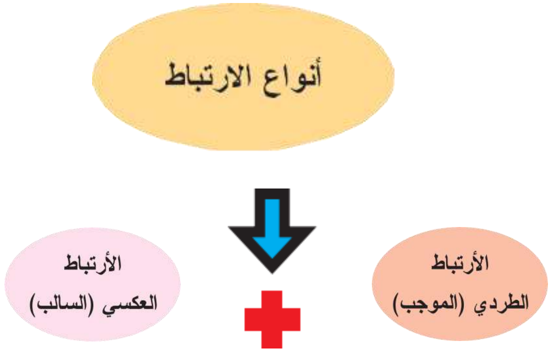
المحتويات

5-1: العلاقة بين متغيرين. مقدمة

تناولنا في الفصول السابقة دراسة متغير واحد أو ظاهرة واحدة من حيث قياس وحساب متوسط هذه الظاهرة وكذلك حساب مقياس لتشتتها. ولكن في الحياة العملية كثيرا ما يحتاج الباحث لدراسة العلاقة بين ظاهرتين (أو متغيرين لمعرفة مدى الارتباط بينهما ونوع هذا الارتباط. فقد يريد الباحث معرفة ما إذا كانت هناك علاقة بين التدخين والإصابة بمرض في الرئة، أو بين درجة تعليم الشخص ومستوى دخله. أو بين الحالة التعليمية والحالة الاجتماعية للناخب. وكما نرى فإنه يمكن أن نذكر الكثير من الأمثلة في مختلف المجالات، بل قد يرغب الباحث في دراسة العلاقة بين أكثر من متغيرين في وقت واحد. فمثلا قد يريد الباحث معرفة تأثير درجة التعليم ومستوى الدخل وحجم الأسرة على درجة الوعي السياسي للشخص. في هذا المثال يريد الباحث معرفة تأثير ثلاثة متغيرات على متغير رابع. وفي هذا الكتاب سوف نركز على دراسة العلاقة بين متغيرين اثنين فقط، وهو ما يعرف بالارتباط البسيط (Simple Correlation) بينما الحالات التي تتناول الدراسة فيها أكثر من متغيرين تعرف بالارتباط المتعدد (Multiple Correlation) وهي - كما ذكرنا - خارج نطاق هذا الكتاب.

5-2: أنواع العلاقة بين المتغيرين

عندما يتغير المتغيران (y,x) بالاتجاه نفسه، أي أن كلاهما يزداد أو كلاهما ينقص فإن العلاقة بين (y,x) ستكون طردية ويكون معامل الارتباط الخطي البسيط بين (y,x) موجب، أما إذا كان التغير باتجاه مختلف كأن تزداد قيمة (x) وتقل قيمة (y)، أو بالعكس فإن العلاقة عكسية، وتكون قيمة معامل الارتباط الخطي البسيط سالبة.



وتختلف العلاقات بين الظواهر من حيث القوة. فقد تكون العلاقة قوية جداً (أو حتى تامة)، وقد تكون متوسطة، أو ضعيفة، أو منعدمة تماماً. وفي هذا الفصل سوف نتناول بالتفصيل كيفية حساب الارتباط بين متغيرين سواء كان المتغيران كميين أو وصفيين (ترتيبيين أو اسميين)، أو أحدهما كمياً والآخر وصفياً.

5-3: شكل الانتشار Scatter Diagram

هناك وسيلة مبدئية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباط بين المتغيرين وما إذا كان الارتباط قوياً أو ضعيفاً أو منعدماً، وما إذا كانت العلاقة خطية أو غير خطية، موجبة أو سالبة. هذه الوسيلة هي شكل

الانتشار والتي تصلح إذا كان المتغيران كميين. وجدير بالذكر أن هذه وسيلة مبدئية تساعد فقط في معرفة نوع الارتباط ولا تعد بديلا عن الطرق الإحصائية التي سوف نتناولها بالتفصيل في هذا الفصل.

والمقصود بشكل الانتشار هو تمثيل قيم الظاهرتين (x , y) بيانياً على المحورين، المتغير الأول x على المحور الأفقي، والمتغير الثاني y على المحور الرأسي، حيث يتم تمثيل كل زوج Pair (x,y) من القيم بنقطة، فنحصل على شكل يمثل كيفية انتشار القيم على المستوى الإحداثي، وهو الذي يسمى شكل الانتشار. وطريقة انتشار القيم تدل على وجود أو عدم وجود علاقة بين المتغيرين ومدى قوتها ونوعها.

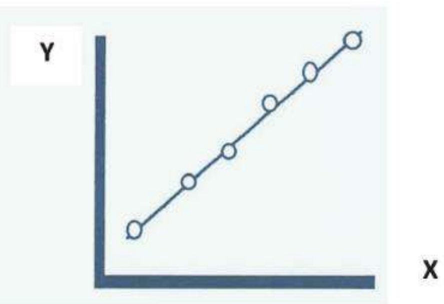
فإذا كانت تتوزع بشكل منتظم دل ذلك على وجود علاقة (يمكن استنتاجها)، أما إذا كانت النقاط (x,y) مبعثرة ولا تنتشر حسب نظام معين دل ذلك على عدم وجود علاقة بين المتغيرين، أو أن العلاقة بينهما ضعيفة. والأشكال التالية تظهر بعض أشكال الانتشار المعروفة:

الفصل الخامس — الارتباط

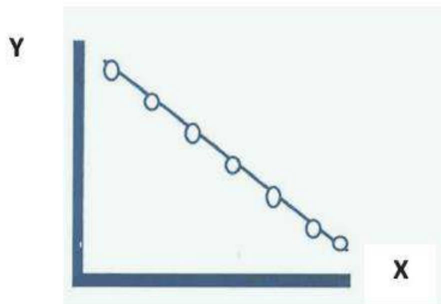
الشكل الأول:

إذا وقعت جميع النقاط على خط مستقيم، دل ذلك على أن العلاقة بينهما خطية وأنها ثابتة أو تامة. وهذه تمثل أقوى أنواع الارتباط بين المتغيرين (ارتباط تام). فإذا كانت العلاقة طردية فإن الارتباط طردي تام) كما في الشكل الأول (أ). ومثاله العلاقة بين الكمية المشتراة من سلعة والمبلغ المدفوع لشراء هذه الكمية.

أما إذا كانت العلاقة عكسية (وجميع النقاط تقع على خط مستقيم واحد) فإن (الارتباط عكسي تام) كما في الشكل الأول (ب). ومثال على ذلك العلاقة بين السرعة والزمن.



الشكل الأول (أ)



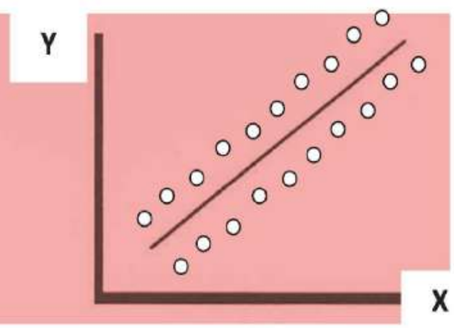
الشكل الأول (ب)

الشكل الأول (أ) ارتباط طردي تام (موجب)

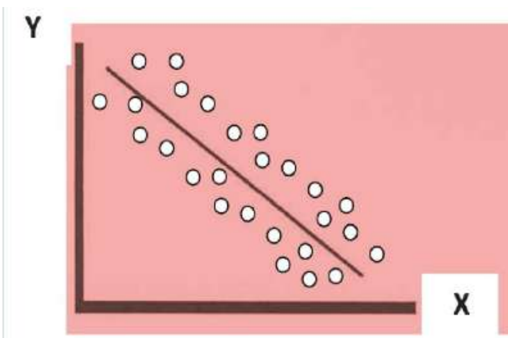
الشكل الأول (ب) ارتباط عكسي تام (سالب)

الشكل الثاني:

أما إذا كانت النقاط تأخذ شكل خط مستقيم ولكن لا تقع جميعها على الخط قيل أن العلاقة خطية موجبة أو سالبة) كما في الشكل الثاني أ، ب.



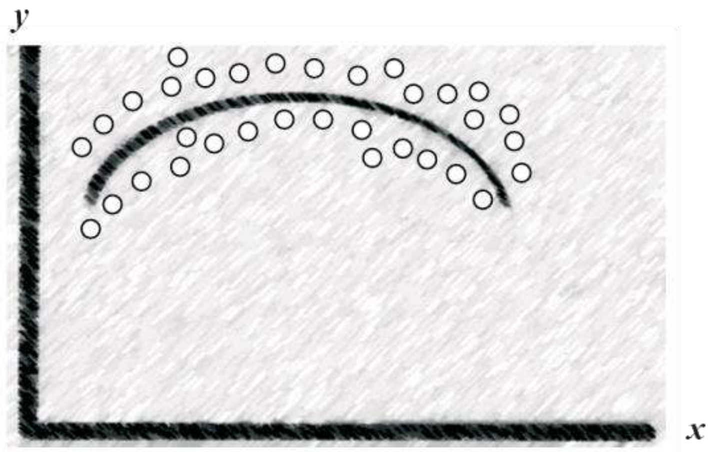
الشكل الثاني(أ)
ارتباط موجب قوي
(ارتباط خطي طردي)



الشكلالثاني (ب)
ارتباط سالب قوي
(ارتباط خطي عكسي)

الشكل الثالث:

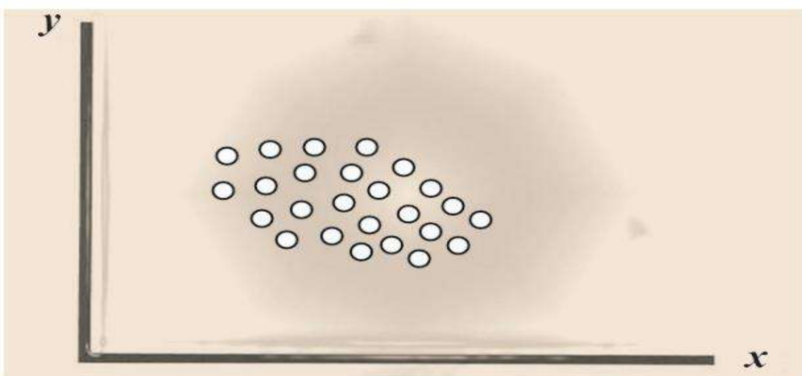
وإذا كانت العلاقة تأخذ شكل منحنى فإن الارتباط لا يكون خطي ارتباط غير خطي Non Linear Correlation كما في الشكل الثالث:



(الشكل الثالث ارتباط غير خطي)

الشكل الرابع:

أما إذا كانت النقاط تتبعثر من دون نظام معين فإن ذلك يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين (أو أن العلاقة بينهما ضعيفة جدا) كالعلاقة مثلا بين دخل الشخص وطوله كما في الشكل الرابع.



مثال 1-5:

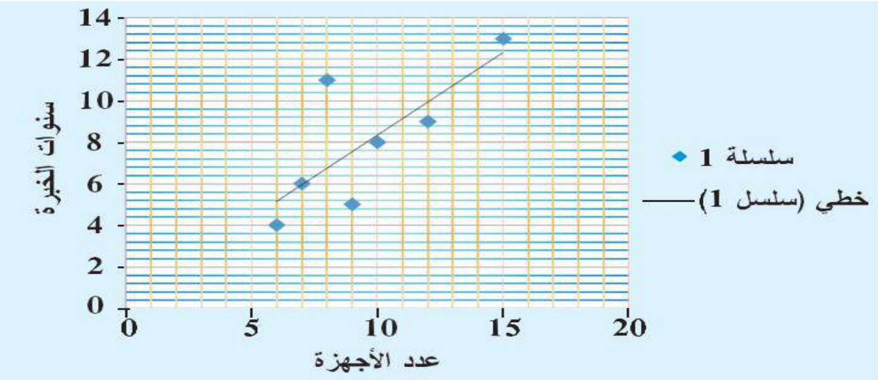
يوضح الجدول الآتي عدد الأجهزة المباعة X من قبل العاملين في أحد المتاجر ومدة خبرة كل منهم: والمطلوب رسم شكل الانتشار .

عدد الأجهزة المباعة x	12	15	7	6	8	10	9
سنوات الخبرة العاملين y	9	13	6	4	11	8	5

الحل:

ان شكل الانتشار سيكون:

شكل رقم (1-5)



يوضح شكل الانتشار للعلاقة بين عدد الأجهزة المباعة وسنوات خبرة العاملين من الشكل يظهر ان العلاقة طردية بين عدد الأجهزة وسنوات خبرة العاملين.

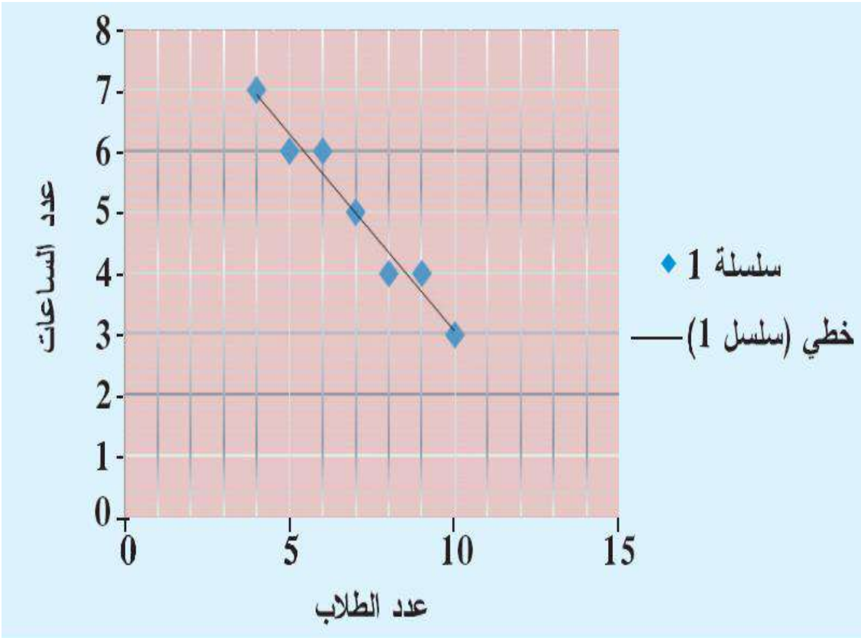
مثال 2-5:

الجدول الآتي يمثل عدد الطلاب (x) الذين يقومون بتنظيف ملعب مدرستهم وعدد الساعات (y) التي يحتاجونها لأنهاء العمل خلال أسبوع من التنظيف اليومي، والمطلوب رسم شكل الانتشار.

اليوم	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس	السابع
عدد الطلاب	8	7	6	10	5	9	4
عدد الساعات	4	5	6	3	6	4	7

الحل:

ان شكل الانتشار سيكون:



شكل رقم (2-5)

لاحظ أنه كلما زاد عدد الطلاب (x) قلت ساعات العمل (y) في اغلب الحالات وكلما قل عدد الطلاب زادت ساعات العمل، وفي هذه الحالة تكون العلاقة (الارتباط) بين المتغيرين سلبي (عكسي). وهذه الحالة تمثل ارتباط عكسي

5-4: معامل الارتباط (Correlation Coefficient):

يقاس الارتباط بين متغيرين بمقياس إحصائي يسمى (معامل الارتباط) ويعكس هذا المقياس درجة أو قوة العلاقة بين المتغيرين واتجاه هذه العلاقة. وتنحصر قيمة معامل الارتباط بين1+,1-فإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي 1+ فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين طردي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط الطردي بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي 1- فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين عكسي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط العكسي بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي صفرا، فمعنى ذلك أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من 1+ أو 1- كلما كان الارتباط قوياً، وكلما اقترب من الصفر كلما كان الارتباط ضعيفاً. والشكل ادناه يمثل قوة معامل الارتباط

أرتباط خطي موجب					أرتباط خطي سالب				
قوي جداً	قوي	متوسط	ضعيف	ضعيف جداً	معدوم	ضعيف	متوسط	قوي	قوي جداً

تام منعدمة تام

شكل رقم (5-2) درجات قوة معامل الارتباط

قوة العلاقة: يمكن الحكم على قوة العلاقة حسب درجة قربها أو بعدها عن ($\pm$) إذ أن قيمة معامل الارتباط تقع في المدى ($-1 \leq r \leq 1$) وحسب الشكل أدناه:

ولتحديد نوع وقوة علاقة الإرتباط بين المتغيرين نعتمد على الآتي:

* من أكبر من صفر إلى أقل من 0.3 فتكون علاقة ضعيفة جدا
* من أكبر من 0.3 إلى أقل من 0.5 تكون علاقة ضعيفة
* من أكبر من 0.5 إلى أقل من 0.7 تكون علاقة متوسطة
* من أكبر من 0.7 إلى أقل من 0.9 تكون علاقة قوية
* من أكبر من 0.9 إلى أقل من 1.00 تكون علاقة قوية جدا
* الواحد الصحيح تكون علاقة تامة
* أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفراً فلا توجد علاقة خطية او ارتباط بينهما أى يكون المتغيرين مستقلين عن بعضهما البعض وتكون العلاقة منعدمة

عامل الأرتباط، فاذا كانت الإشارة:

* موجبة فإن العلاقة تكون طردية
* سالبة فإن العلاقة تكون عكسية

يسمى معامل الارتباط بمعامل بيرسون (person correlation coefficient) نسبة الى عالم الرياضيات الانكليزي كارل بيرسون، ولهذا المعامل تطبيقات عديدة في العلوم الإنسانية والاجتماعية والعلوم الصرفة والهندسية وغيرها، فمثلا العلاقة بين مبيعات منتجك ومبيعات منتج آخر، أو العلاقة بين تغير الضغط و الحرارة أو العلاقة بين السعر والطلب على المنتجات وغيرها. ويشترط عند تطبيق هذا المقياس أن تكون بيانات كلا المتغيرين كمية.

5-5 : معامل بيرسون للإرتباط الخطي البسيط

يفترض بيرسون (Pearson) أن المتغيرين كميان، وأن العلاقة بينهما خطية (أي تأخذ شكل خط مستقيم) ، أنظر الشكل الثاني من أشكال الانتشار.

ويرى بيرسون أن أفضل مقياس للارتباط بين متغيرين قد يختلفان في وحدات القياس أو في مستواهما العام (مثل الارتباط بين العمر والدخل) حيث يقاس العمر بالسنوات ويقاس الدخل بالعملة، بالدينار أو الدولار.. كما أن المستوى العام للعمر ـ أي متوسط العمر ـ قد يساوي أربعين عاماً. فبينما المستوى العام ـ أي متوسط الدخل الشهري.

وبالتالي فإن أفضل مقياس للارتباط بين مثل هذين المتغيرين ـ حسب رأي بيرسون ـ هو عن طريق حساب انحرافات كل من المتغيرين عن وسطه الحسابي وقسمة هذه الانحرافات على الانحراف المعياري لكل منهما، فنحصل على ما يسمى بالوحدات المعيارية لكل متغير. ويكون معامل ارتباط بيرسون هو (متوسط حاصل ضرب هذه الوحدات المعيارية). ومعامل الارتباط يكون بدون تمييز. وبالرموز، إذا فرضنا أن المتغيرين هما x, y وأن لدينا عدد من أزواج القيم هي:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots\ldots\ldots\ldots, (x_n, y_n)$$

وأن الوسط الحسابي للمتغير x هو $\bar{x}$ للمتغير $\bar{y}$ هو لا وأن الانحراف المعياري للمتغير x هو S_n وللمتغير y هو S_y فإن معامل بيرسون للارتباط الخطي والذي يرمز له بالرمز r هو:

الصيغة التعريفية المعامل الارتباط

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S_x S_y}$$

ونلاحظ من تعريف معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط أنه يجب أولاً حساب كل من $S_y, \bar{y}, \bar{x}, S_x$

ثم حساب $(x_i - \bar{x})$ لكل قيمة من قيم x، وحساب $(y_i - \bar{y})$ لكل قيمة من قيم y ثم ضرب $(y_i - \bar{y})$ في $(x_i - \bar{x})$

لكل زوج من القيم وأخذ مجموع حاصل الضرب ثم القسمة على n. إن هذه العملية كما نرى تستغرق وقتاً طويلاً ونحتاج عمليات حسابية معقدة، لذلك فإنه عادة لا تستعمل الصيغة السابقة في حساب معامل الارتباط وتستعمل بدلا منه الصيغة المختصرة الآتية والتي تعطي بطبيعة الحال النتائج نفسها:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2][n \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]}}$$

وكل ما نحتاجه لحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بالصيغة المختصرة هـو حسـاب:
$\sum y^2, \sum x^2, \sum x y$

أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $n, \sum y, \sum x$

(حيث n هي عدد أزواج القيم).

مثال 3-5:

البيانات التالية تمثل أعمار ثمانية أشخاص ودخولهم اليومية بالدولار، والمطلوب حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي بين الأعمار والدخول.

الأعمار x : 25 32 29 43 38 51 47 35

الدخول y: 10 18 15 35 40 62 100 50

الحل:

الحساب معامل بيرسون للارتباط الخطي يلزم حساب المجاميع:

$\sum y^2, \sum x^2, \sum x y, \sum x, \sum y$ ويتم تنظيمها كما في الجدول الآتي:

الاعمار x	الدخول y	x y	x^2	y^2
25	10	250	625	100
32	18	576	1024	324
29	15	435	841	225
43	35	1505	1849	1225
38	40	1520	1444	1600
51	62	3162	2601	3844
47	10	4700	2209	10000
35	50	1750	1225	2500
300	330	13898	11818	19818

الصيغة المختصرة رقم (2) لمعامل الارتباط حيث $n = 8$:

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{8\,(13898) - (300)\,(330)}{\sqrt{8\,(11818) - (300)^2}\ \sqrt{8\,(19818) - (330)^2}}$$

$$= \frac{111184 \quad 99000}{\sqrt{94544 - 9000}\ \sqrt{158544 - 108900}}$$

$$= \frac{12184}{\sqrt{4544}\ \sqrt{49644}}$$

$$= \frac{12184}{15019.6}$$

$$r = 0.81$$

أن معامل بيرسون للارتباط الخطي بين أعمار ودخولهم اليومية يساوي0.81 وهو ارتباط طردي (لأن إشارته موجبة) وقوي (لأنه قريب من الواحد الصحيح). بمعنى أخر، إن هناك علاقة طردية قوية بين عمر الناخب ودخله مقدارها 81 %. فمع زيادة عمر الناخب يزداد دخله، والعكس صحيح.

مثال `5-4

من البيانات الآتية حدد نوع الإرتباط ودرجته.

X	4	5	6	8	9	10
Y	3	4	5	7	6	7

الحل:

x	y	xy	x^2	y^2
4	3	12	16	9
5	4	20	25	16
6	5	30	36	25
8	7	56	64	49
9	6	54	81	36
10	7	70	100	49
$\sum = 42$	32	242	322	184

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2]\ [n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]}}$$

$$r = \frac{(6)(242)-42(32)}{\sqrt{[(6)(322)-(42)^2][(6)(184)-(32)^2]}}$$

$$r = \frac{108}{\sqrt{(168)(80)}} = 0.93$$

اذا العلاقة طردية قوية لأن الإشارة موجبة وقيمة معامل الأرتباط هي (0.93).

5-6: معامل ارتباط الرتب Rank Correlation Coefficient:

هذا المعامل يعرف بمعامل إرتباط سبيرمان (Spearman) أو معامل إرتباط الرتب (رتب القيم الأصلية وليس القيم) ولذا تختلف قيمته عن قيمة معامل بيرسون (للقيم الأصلية وليس لرتبها) وهو أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون ويتعامل مع البيانات الكمية وغير الكمية للترتيب مثل جيد، جيد جدا، ... ويرمز له بالرمز rs وهو ضمن الإحصاءات غير المعلمية ذات التوزيع الحر وله نفس المواصفات السابقة من حيث قيمته فهي ($-1 \le r \le 1$) وتحسب قيمته من الصيغة الرياضية علما بأن:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ، $d= R_x- R_y$

الفرق بين الرتب للمتغير الأول (x) والرتب للمتغير الثاني (y) الفرق بين رتب القيم لكل زوج من البيانات وفي حالة التساوي يؤخذ الوسط الحسابي فاذا كانت لقيمتين متساويتان في الرتبتين 8,7 فنأخذ متوسطهما وتصبح الرتب لكل منها 7.5 بدلا من 8,7، (n) عدد الأزواج للقيم فاذا كانت لدينا مجموعة من الأفراد وجرى ترتيبهم حسب صفين لكل فرد من المجموعة (x,y) فأن

$y_i - x_i = d_i$

مثال 5-5:

أحسب قيمة معاملات ارتباط الرتب بين تقديرات مادة الأحصاء (x) وتقديرات مادة الاقتصاد (y) لخمسة طلاب.

تقديرات مادة الأحصاء (x)	F	A	C	D	B
تقديرات مادة الأقتصاد (y)	D	C	B	F	A

نرتب التقديرات	F	D	C	B	A
ثم نعطي رتب	1	2	3	4	5

الحل:

X	Y	رتب (x)	رتب (y)	d = x - y	d_2
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
					8

ثم نطبق صيغة سبيرمان للرتب

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6\,(8)}{5\,(25-1)}$$

$$= 1 - \frac{48}{5\,(24)}$$

$$= 1 - \frac{48}{120} =$$

$$= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

وهو ارتباط طردي أي موجب .

مثال 5-6

كانت نتائج عشرة طلاب لامتحان المرحلة حسب الصف والمدرسة كالتالي والمطلوب حساب معامل سبيرمان للارتباط .

معدل الطالب في الصف (x)	73	80	70	66	89	71	65	88	92	74
معدل الطالب في المدرسة (y)	69	78	66	70	92	64	55	90	88	72

الحل:

أولا نرتب قيم x ترتيباً تصاعدياً، ثم نرتب قيم y ترتيباً تصاعدياً ونعطي لكل مجموعة رتباً تصاعدية وكما في الجدول الآتي:

رتب (y)	ترتيب تصاعدي لقيم (y)	رتب (x)	ترتيب تصاعدي لقيم (x)
1	55	1	65
2	64	2	66
3	66	3	70
4	69	4	71
5	70	5	73
6	72	6	74
7	78	7	80
8	88	8	88
9	90	9	89
10	92	10	92

نكون جدول نبين فيه رتب كل من X (المعدل في الصف) و Y (المعدل في المدرسة) والفرق d ومربع الفرق d^2 التالي:

X	Y	Rank X	Rank y	d	d^2
73	69	5	4	1	1
80	78	7	7	0	0
70	66	3	3	0	0
66	70	2	5	– 3	9
89	92	9	10	– 1	1
71	64	4	2	2	4
65	55	1	1	0	0
88	90	8	9	– 1	1
92	88	10	8	2	4
74	72	6	6	0	0

$n = 10$

$n^2 = 100$

$n^2 - 1 = 99$

الارتباط طردي موجب قوي لأن

الاشارة موجبة ....

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_d 2}{n(n^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\ (20)}{10\ (100 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{120}{10\ (99)}$$

$$r_s = 1 - \frac{120}{990} = 1 - \frac{4}{33} = \frac{29}{33} = 0.88$$

أسئلة وتمارين الفصل الخامس

س 1 : ضع علامة صح أو خطأ امام كل مما يلي:

1. الارتباط علاقة وصفية.
2. يفضل استخدام معامل الارتباط لسبيرمان لقياس العلاقة بين متغيرين كميين.
3. معامل ارتباط xمع y يساوي معامل ارتباط yمعx
4 .. قيمة معامل الارتباط0.85 -=r تدل على وجود ارتباط سالب ضعيف.
5. قيمة معامل الارتباط r=0.25 تدل على وجود ارتباط موجب متوسط.
6. معامل ارتباط بيرسون يستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين وصفيين.
7. يستخدم معامل الارتباط القوي في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين.
8. الارتباط القوي بين متغيرين يدل على سبب وجود هذه العلاقة.
9. تجمع النقط في شكل الانتشار حول مستقيم يدل على أن العلاقة بين متغيرين علاقة خطية قوية.
10. معامل الارتباط لا يتأثر بالجمع والطرح.
11. في معامل ارتباط سبيرمان اذا وجدت قيمة متكررة لا نستطيع ايجاد قيمة معامل الارتباط.
12. إذا كانت قيمة r=1 فإن معامل الارتباط يكون موجب فقط.
13. قيم معامل الارتباط تنتمي فقط إلى الفترة [1+،1−].
14. يتأثر معامل الارتباط بحالة واحدة فقط وهي الضرب.
15. لا يتأثر معامل الارتباط بالإضافة أو الطرح التي تطرأ على المشاهدات الأصلية.
16. يجوز ترتيب قيم x تصاعدياً وقيم y تنازلياً عند حساب معامل ارتباط سبيرمان.
17. إذا كانت قيمة معامل الإرتباط (0.89 −) دل ذلك على وجود علاقة ارتباط متوسطة.

18. معامل ارتباط المتغير مع نفسه يساوي صفر يدل على أن الظاهرتين مستقلتين.

19. قيمة معامل الارتباط $r = +0.25$ تدل على وجود ارتباط موجب متوسط.

20. يستخدم معامل الارتباط القوي في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين.

21. الارتباط القوي بين متغيرين يدل على سبب وجود هذه العلاقة.

س2 أذكر خصائص معامل الارتباط الخطي البسيط .

س3: للبيانات في الجدول الآتي اوجد:

1- حجم العينة.

2. معامل ارتباط بيرسون

3. نوع العلاقة بين المتغيرين.

X	1	2	3	5	7	8	10
Y	8	11	14	15	16	17	20

س4: إذا توفرت لديك المعلومات في الحالات الأربع الآتية أعد ترتيب الحالات حسب نوع العلاقة :

الحالة	معامل الارتباط	نوع العلاقة
الاولى	0.05	عكسي ضعيف
الثانية	- 0.5	طردي قوي
الثالثة	0.95	طردي ضعيف
الرابعة	- 0.32	عكسي متوسط

س 5: احسب معامل ارتباط بيرسون r بين المتغيرين (x,y) ثم حدد نوع الارتباط ودرجته.

رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8
درجة الفصل الأول	75	65	62	81	95	90	71	85
درجة نهاية العام	80	70	65	85	90	95	75	80

س6: فيما يأتي بيانات الإنفاق على الإعلان والمبيعات لأحد المنتجات (مليون دينار):

المطلوب:

1. ارسم شكل الانتشار يوضح العلاقة بين المنفق على الإعلان والمبيعات؟

2. احسب معامل الارتباط الخطي البسيط (بيرسون).

المنفق على الأعلان	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

س7: فيما يأتي بيانات الصادرات والواردات لدولة معينة في الفترة 1986 ـ 1992م مقربة لأقرب مليار دولار:

المطلوب: ارسم شكل الانتشار يوضح العلاقة بين الصادرات والواردات؟

الاعوام	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
الصادرات	12	13	14	18	20	22	24
الواردات	6	7	9	10	12	17	18

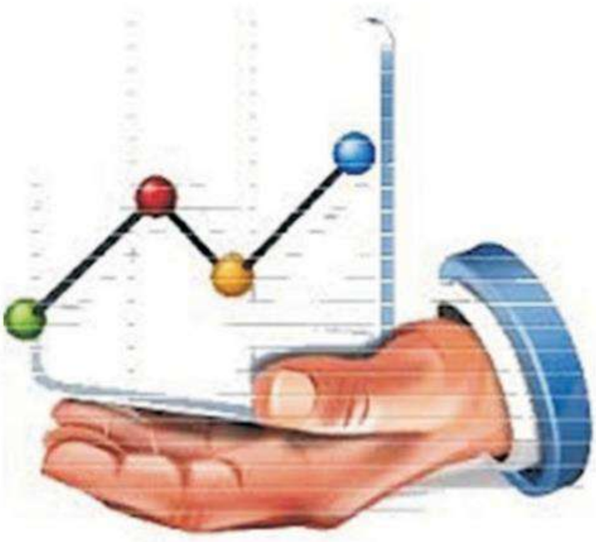
الفصل السادس
السلاسل الزمنية والأرقام القياسية

الأهداف:

1- أن يتعرف الطالب على السلاسل الزمنية واستعمالاتها وطرق التنبؤ بها.

2-أن يتعرف الطالب على الأرقام القياسية وأنواعها وطرق حسابها.

المحتويات



الفصل السادس السلاسل الزمنية والارقام القياسية

السلاسل الزمنية Time series

في أغلب الدراسات والبحوث يلجا الباحث الى دراسة الماضي لمعرفة تنبوءات المستقبل وان قيم ظاهرة معينة متبوعة بزمن تسمى سلسلة زمنية، وان دراسة هذه السلسة بهدف معرفة التغيرات التي تحصل فيها لمعرفة أسباب ونتائج هذه التغيرات تسمى بتحليل السلسلة الزمنية.

6-1: السلسلة الزمنية

مجموعة من القيم الكمية لظاهرة واحدة أو عدة ظواهر وفق زمن متسلسل غالبا مايكون ذو مراحل متساوية مثل (سنة، فصل، شهر، اسبوع، يوم). تستعمل السلسلة الزمنية لمعرفة التغيرات التي تحدث للظاهرة والتنبوء للمستقبل وتقرأ السلسة الزمنية من اليسار الى اليمين.

تتكون السلسلة الزمنية من متغيرين هما قيمة الظاهرة ويرمز لها y والزمن الذي يطلق عليه x. والأمثلة الآتية توضح ذلك.

مثال 1-6:

المبيعات الاسبوعية من السكر الأحد المتاجر.

الاسبوع	كمية السكر (طن)
الأول	10
الثاني	8
الثالث	12
الرابع	9
الخامس	11

مثال 2 – 6:

أعداد الطلبة المقبولين في إحدى المدارس المهنية للفترة 2009-2013

السنة	عدد الطلبة
2009	100
2010	90
2011	120
2012	130
2013	150

مثال3-6:

الإنتاج الشهري من علب معجون الأسنان في شركة الزيوت النباتية في عام2012.

الشهر	كمية الانتاج (مئات)
كانون الثاني	20
شباط	22
اذار	25
نيسان	30
مايس	28
حزيران	29

6-2 : مكونات السلسلة

تتكون السلسلة الزمنية من عدة مركبات (مكونات) وتشمل:

a. التغيرات الاتجاهية (Trend Variations):

هو تغير طبيعي يطرأ على الظواهر ويمثل النمو (الزيادة) أو الانكماش (نقصان) في مدة زمنية معينة، مثل الزيادات السكانية، الزيادة والانخفاض في الاستيرادات والصادرات وغيرها ويمثل بيانيا كما في الأمثلة الآتية:

مثال6-4 :

الآتي كميات المبيعات من أجهزة التكييف لأربعة أشهر من عام 2012 لشركة كرافت:

الشهر	كمية المبيعات (آلاف)
مايس	10
حزيران	15
تموز	20
آب	25

وتمثل بيانية كما يلي:

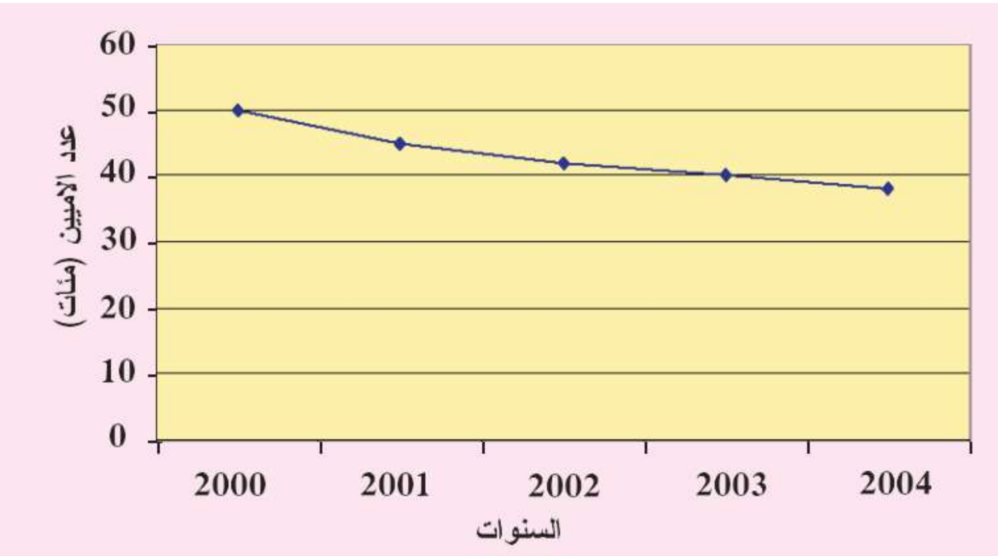
شكل (6-1) حالة النمو المستمر

مثال 5-6 :

بلغ عدد الاميين للسنوات 2000-2004 في مدينة بغداد كما في الجدول الاتي :

السنوات	عدد الاميين (مئات)
2000	50
2001	45
2002	42
2003	40
2004	38

وتمثل بيانيا كما يلي :



شكل (6-2) حالة الانكماش (الانخفاض)

b -التغيرات الموسمية (Seasonal Variations)

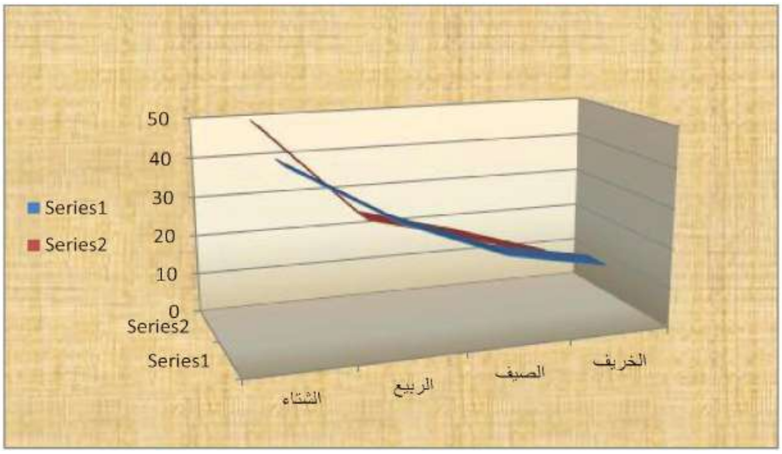
وهي التغيرات التي تظهر في موسم معين وتختفي في المواسم الأخرى. مثل الطلب على المدافئ في فصل الشتاء، والطلب على أجهزة التكييف في فصل الصيف، والطلب على الملابس في الأعياد، والمثال الآتي يوضح ذلك.

مثال6-6:

الجدول الآتي يمثل المبيعات في شركة سامسونج من المدافئ لفصول السنوات 2011، 2012 مقدرة بالآلاف.

الفصل	2011	2012
الشتاء	45	50
الربيع	30	25
الصيف	20	18
الخريف	15	10

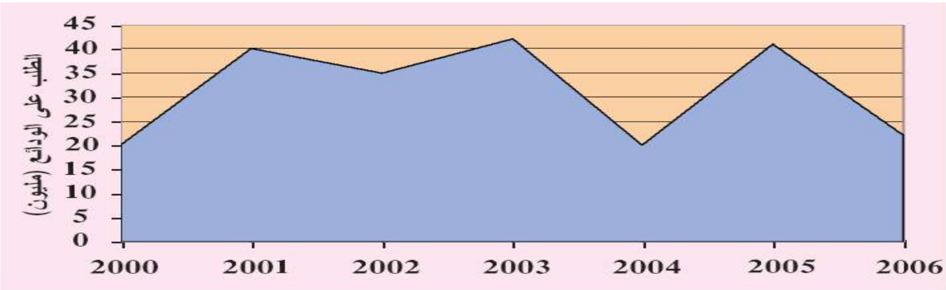
ويمكن تمثيلها بيانية كما في الشكل الآتي:



شكل (6-3) مبيعات شركة سامسونج من المدافئ

c-التغيرات الدورية Cyclical Variations

هي التغيرات التي تظهر في بداية دورة معينة ثم تختفي في فترات طويلة مثل زيادة الطلب على الودائع المالية فترات الكساد والركود الاقتصادي ويمكن تمثيلها بيانيا كما في الشكل الاتي :



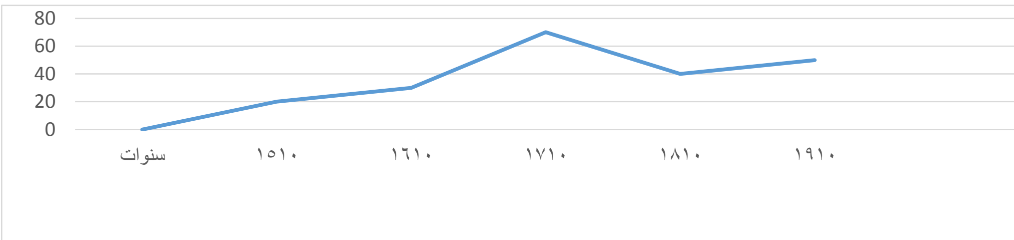
شكل (6-4) الطلب على الودائع (مليون دينار)

مثال اخر على المتغيرات الدورية

مثال : البيانات التالية تمثل حركة مذنب هالي وللأعوام من (1510-1910) لشهر التاسع والعاشر والحادي

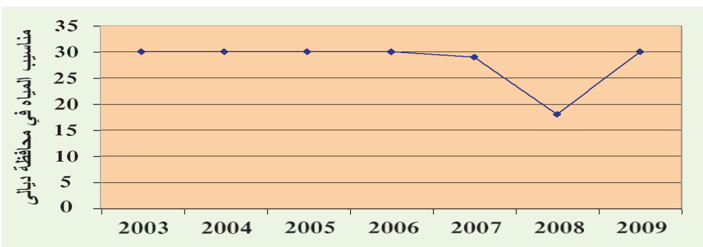
السنوات	1510	1610	1710	1810	1910
المسافة عن الارض	20	30	70	40	50

عشر حول مدار الارض. وضح بيانيا اقتراب وابتعاد المذنب عن الارض ونوعية هذه التغيرات .



d- التغيرات العرضية (العشوائية) (Casual or Random Variations)

وهي التغيرات التي تحدث بصورة مفاجئة وبدون زمن محدد وهي تغيرات قصيرة الأمد ولأيمكن احتسابها رياضيا. مثل الزلازل والبراكين والفيضانات ونشوب الحروب والآفات التي تصيب الإنتاج الزراعي الجفاف وغيرها وتمثل بيانيا كما في الشكل الاتي:



شكل (6-5) مناسيب المياه في محافظة ديالى

6-3 : طرق تعيين خط الإتجاه العام

هناك طرق مختلفة لتعيين خط الاتجاه العام وتحديد قيمة التغيرات الاتجاهية في السلسلة الزمنية منها البيانية واخرى تعتمد على المعادلات الرياضية وسنتطرق فقط للطرق البيانية لإننا بصدد المبادئ الاولية للموضوع .

a. خط الاتجاه العام للسلسلة الاصلية

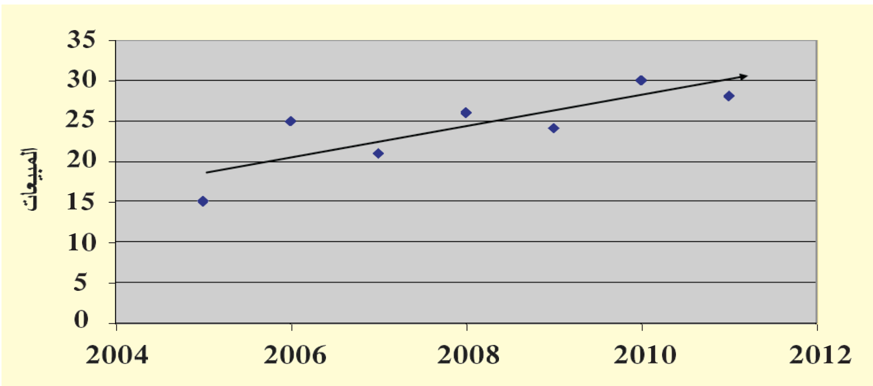
يسمى هذا الاسلوب بطريقة التمهيد باليد . وذلك برسم شكل الانتشار لقيم السلسلة الزمنية ثم نرسم خط مستقيم يمر باكبر عدد ممكن من نقاط شكل الانتشار ليمثل خط الاتجاه العام.

مثال 6-7 :

البيانات الاتية تمثل مبيعات مادة السكر (طن) في محلات الساعدي لتجارة الجملة للمدة 2005-2011 .

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
المبيعات	150	250	210	260	240	300	280

يتم رسم احداثيين الافقي يمثل السنوات والعمودي يمثل مبيعات مادة السكر فيظهر لنا شكل الانتشار ثم نرسم مستقيم يمر بأكبر عدد من نقاط شكل الانتشار التي هي استقامة واحدة ليمثل خط الاتجاه العام والشكل رقم (6-6) الاتي يوضح الطريقة:



شكل (6-6) مبيعات مادة السكر في محلات الساعدي

يشير الرسم البياني بان السلسلة الزمنية تميل إلى الارتفاع بمرور الزمن بالرغم من وجود ارتفاع وانخفاض في كميات المبيعات خلال فترة السلسلة.

b. طريقة متوسطي نصفي السلسلة Semi - Average Method

في هذه الطريقة تقسم السلسلة الزمنية إلى مجموعتين يفضل إن تكونا متساويتين ثم يستخرج الوسط الحسابي بحسب الصيغ التي تعلمتها في الفصول السابقة (الوسط الحسابي يساوي مجموع القيم مقسومة على عددها) لكل مجموعة فتظهر لدينا نقطتان في شكل الانتشار نرسم مستقيم يمر بالنقطتين فيكون هو خط الإتجاه العام والمثال الآتي يوضح هذه الطريقة.

مثل8-6:

الآتي كميات مبيعات شركة بغداد للمشروبات الغازية بالآلاف من صناديق علب البيبسي للسنوات 2006 - 2011.

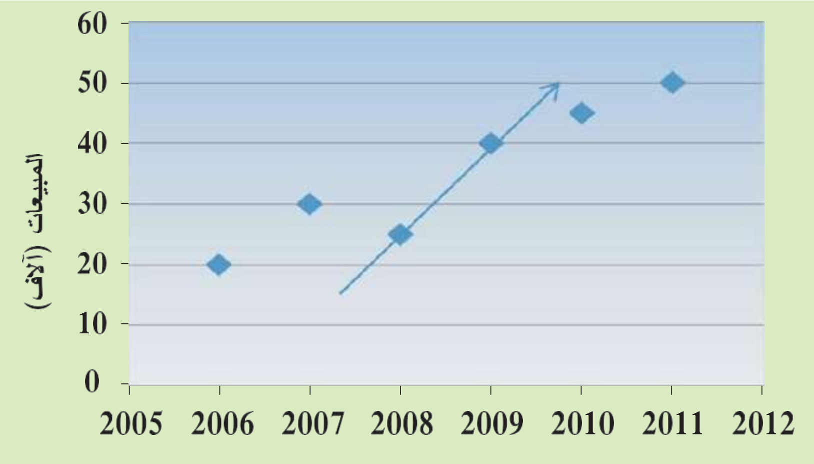
السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011
المبيعات (بالألاف)	20	30	25	40	30	50

في هذه السلسلة توجد ستة سنوات فنقسمها إلى مجموعتين، الأولى تمثل السنوات (2008-2006) والمجموعة الثانية تمثل السنوات (2011-2009) ويتم حساب المتوسطات كما يلي:

الوسط الحسابي للمجموعة الاولى $=\overline{y_1} = \frac{20+30+25}{3}=\frac{75}{3} = 25$

الوسط الحسابي للمجموعة الثانية $\overline{y_2} = \frac{40+30+50}{3}=\frac{120}{3} = 40$

ان السنة الوسطى للمجموعة الأولى هي 2007 وان السنة الوسطى للمجموعة الثانية هي 2010، فنرسم نقاط شكل الانتشار وقيم المتوسطات إمام السنوات الوسطى ثم نصل بين المتوسطين خط مستقيم ليمثل خط الإتجاه العام كما في الشكل (7-6) الآتي:



شكل (7-6) المبيعات لشركة بغداد للمشروبات الغازية

تمارين السلاسل الزمنية

س1: عرف السلسلة الزمنية، وما هي أنواع التغيرات طويلة الأمد التي تحدث فيها وما هي التغيرات قصيرة الأمد التي تحدث فيها.

س2: البيانات الآتية تمثل إعداد الطلبة (بالعشرات المقبولين في إحدى المدارس المهنية للسنوات 2003 - 2006.

السنـــــــة :	2003	2004	2005	2006
عدد الطلبة:	10	9	12	13

المطلوب: ارسم خط الاتجاه العام بطريقة التمهيد باليد.

س3: الاتي كميات إنتاج بيض المائدة (ألف طبقة) في مزرعة الإسحاقي لتربية الدجاج لستة أشهر من عام2012.

الشهر:	كانون الثاني	شباط	آذار	نيسان	مايس	حزيران
الانتاج:	5	7	9	10	8	6

المطلوب: ارسم خط الاتجاه العام بطريقة متوسطي نصفي السلسلة.

4. طلبت منك شركة المنصور للمواد الغذائية بيان الاتجاه العام لمبيعاتها من علب معجون الطماطة توسان حسب فصول السنوات 2010 - 2012.

الفصل	2010	2012	2011
الأول	2	3	6
الثاني	3	2	4
الثالث	3	4	3
الرابع	2	5	3

المطلوب: ارسم خط الاتجاه العام لهذه السلسلة بالطرق الآتية:

a. طريقة التمهيد باليد (القيم الأصلية للسلسلة).

b. طريقة متوسطي نصفي السلسلة.

ثانيا: الأرقام القياسية (Index Numbers)

4- 6: مقدمة

إن أغلب المهتمين بالأرقام القياسية يعتبروها مؤشرات إحصائية تستعمل في قياس الظواهر. وتمثل نسب مئوية غالبا، وتعتبر من أقدم المؤشرات وأوسعها انتشاراً فقد استعملت أولاً في قياس تغيرات الأسعار وبعدها استعملت لتشمل ظواهر أخرى منها كميات الإنتاج الزراعي والصناعي ومعدلات الأجور وحجم الصادرات والاستيرادات وغيرها، لكنها لاتزال تستعمل في الأسعار أكثر من المجالات الأخرى.

6-5: تعاريف

a. الرقم القياسي:

هو مقياس إحصائي نسبي يستخدم في قياس التغير الحاصل في الظواهر الاقتصادية وغير الاقتصادية خلال فترة زمنية معينة.

b. فترة المقارنة:

وهي الفترة (السنة مثلا) التي ينسب مجموعها او معدل الظاهرة فيها الى فترة أخرى تسمى فترة الأساس بغية معرفة التغيرات الحاصلة فيها.

C. فترة الاساس:

هي الفترة (السنة مثلا) التي ينسب إليها مجموع أو معدل الظاهرة في فترة المقارنة ويجب إن تكون هذه الفترة طبيعية ومستقرة، وغالبا ما تكون تلك السنوات التي تجرى فيها التعدادات السكانية باعتبارها سنوات طبيعية.

مثال 9-6:

إذا قلنا إن شركة صفا للمياه المعدنية بلغت قيمة مبيعاتها في سنة 2010 (180) مليون دينار وفي سنة 2008 بلغت قيمة مبيعاتها (120) مليون دينار فان الرقم القياسي لقيمة المبيعات

هو:

$$I_n = \frac{X_1}{X_0} \times 100$$ = الرقم القياسي

إذ إن X_1 تمثل قيمة المبيعات لسنة 2010 (سنة المقارنة)

وان X_0 تمثل قيمة المبيعات لسنة 2008 (سنة الأساس)

$$I_n = \frac{180}{120} \times 100 = 150$$

أي إن قيمة المبيعات لشركة صفا زادت عام 2010 عن سنة 2008 بمقدار 50%.

6-6 : أنواع الأرقام القياسية

هناك نوعان رئيسان لحساب الأرقام القياسية في الدراسات والبحوث الاقتصادية والعلوم التجارية هما:

6-7: الرقم القياسي البسيط Simple Index Number

يحسب هذا الرقم إما لسلعة واحدة أو لمجموعة سلع بنسبة سعر السلعة في سنة المقارنة P_1 إلى سعرها في سنة الأساس P_0 وضرب الناتج ب 100 أي:

$$= I_p = \frac{p_1}{p_0} \times 100$$

كما يمكن استخدامه في المقارنة بين كميات السلع أو قيمها إذ تنسب كميات السلع أو قيمها في سنة المقارنة إلى كمياتها او قيمها في سنة الأساس.

مثال 6-10:

إذا كان سعر كيلو التفاح الأحمر (1.2) الف دينار سنة 2010 وتغير سعره إلى (2.1) إلف دينار سنة 2011 باعتبار إن سنة 2010 سنة أساس.

$$I_P = \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

$$= \frac{2.1}{1.2} \times 100 = 175$$

أي أن سعر كيلو التفاح الأحمر ازداد بنسبة 75% في سنة 2011 مقارنة بسنة 2010.

مثال 6-11:

كانت كميات التمور المباعة في سنة 2010 هو (330) ألف طن بسعر (150) ألف دينار للطن الواحد وقد ارتفعت الكمية المباعة في سنة 2011 الى (400) ألف طن بسعر (200) ألف دينار للطن الواحد احسب:

a. الرقم القياسي البسيط لسعر التمر سنة 2011 باعتبار أن سنة 2010 سنة أساس.

b. الرقم القياسي البسيط لكمية المبيعات سنة 2011 باعتبار أن سنة 2010 سنة أساس.

c. الرقم القياسي البسيط لقيمة مبيعات التمر سنة 2011 باعتبار أن سنة 2010 سنة أساس.

الحل:

a. الرقم القياسي البسيط لسعر التمر

$$I_P = \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

$$= \frac{200}{150} \times 100 = 133.3$$

أي أن أسعار التمور ارتفعت بنسبة 33.3 % سنة 2011 مقارنة بسنة 2010.

b. الرقم القياسي البسيط للكمية

$$I_q = \frac{q_1}{q_0} \times 100$$

$$= \frac{400}{330} \times 100 = 121.2$$

أي أن كمية المبيعات من التمور ارتفعت بنسبة 21.2 % في سنة 2011 مقارنة بسنة 2010.

c.الرقم القياسي البسيط لقيمة مبيعات التمور

$$I_V = \frac{P_1 \times q_1}{P_0 \times q_0} \times 100$$

$$= \frac{200 \times 400}{150 \times 330} \times 100$$

$$= \frac{\mathbf{80000}}{\mathbf{49500}} \times 100 = \mathbf{161.6}$$

أي أن قيمة مبيعات التمور ارتفعت بنسبة 61.6 % في سنة 2011 مقارنة بسنة 2010.

6-8 الرقم القياسي المرجح Weighted Index Number

أن الرقم القياسي البسيط لا يعطي صورة حقيقية دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الأسعار أو الكميات وذلك لأنه يعطي أهمية متساوية للسلع المختلفة لدى استخراج رقمها القياسي، لذلك يتم استخدام الرقم القياسي المرجح الذي يعطي كل سلعة وزن حقيقي من خلال ترجيح السعر بالكميات، وهناك نوعان رئيسان منه هما:

1. الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس

يستخرج هذا الرقم من قسمة مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة P_1 بكميات سنة الأساس q_o. و على مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس P_0 بكميات سنة الأساس q_0 ويسمى برقم لاسبير ويحسب وفق الصيغة الآتية:

$$Ip = \frac{\sum P_i \times q_0}{\sum P_0 \times q_0} \times 100$$

يمكن استخراج هذا الرقم في حالة عدم توفر بيانات عن كميات سنة المقارنة.

2. الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة

يستخرج هذا الرقم من نسبة مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة P_1 بكميات سنة المقارنة q_1 وعلى مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس P_0 بكميات سنة المقارنة q_1 ويسمى برقم (باش) ويحسب وفق الصيغة الآتية:

$$I_p = \frac{\sum P_1 \times q_1}{\sum P_0 \times q_1} \times 100$$

ويمكن استخراج هذا الرقم في حالة عدم توفر بيانات عن كميات سنة الأساس.

مثال 12-6:

البيانات الآتية تمثل أسعار وكميات المشتريات لإحدى العوائل من ثلاث أنواع من الفواكه خلال شهر حزيران من السنوات 2010، 2011 والمطلوب حساب (اعتبر 2010 سنة أساس):

1. الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس (لاسبير)
2. الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (باش)

نوع الفاكهة	2010		2011	
	الكمية (كغم) q_0	السعر (الف دينار) P_0	الكمية (كغم) q_1	السعر (الف دينار) P_1
برتقال	4	2	3	4
لالنكي	3	3.7	4	6
موز	5	6	6	7.5

الحل

يتم إعداد الجدول الآتي:

الفاكهة	$P_0 \times q_0$	$P_0 \times q_1$	$P_1 \times q_0$	$P_1 \times q_1$
برتقال	8	6	16	12
لالنكي	11.1	14.8	18	24
موز	30	36	37.5	45
المجموع	49.1	56.8	71.5	81

1. الترجيح بكميات سنة الأساس (الاسبير)

$$I_p = \frac{\sum P_i \times q_0}{\sum P_0 \times q_0} \times 100$$

$$= \frac{71.5}{49.1} \times 100 = 145.6$$

2. الترجيح بكميات سنة المقارنة (باش)

$$I_p = \frac{\sum P_1 \times q_1}{\sum P_0 \times q_1} \times 100$$

$$= \frac{81}{56.8} \times 100 = 142.6$$

مثال 13- 6:

بلغت أسعار وكميت اللحوم المحلية في شهر كانون الأول 2011 و 2012 في شركة الإنعام للمواد الغذائية هي كما مبينة في الجدول الاتي، ترغب الشركة في تحليل التغيرات لأسعار اللحوم في تلك السنوات باعتبار أن سنة 2011 سنة أساس، احسب: -

1. الرقم القياسي لأسعار اللحوم المرجح بكميات سنة الأساس (لاسبير)
2. الرقم القياسي لأسعار اللحوم المرجح بكميات سنة المقارنة (باش)

انواع اللحوم	2011		2012	
	السعر (الف دينار) P_0	الكمية (كغم) q_0	السعر (الف دينار) P_1	الكمية (كغم) q_1
الغنم	25	2	35	3
البقر	33	3	26	2
الدجاج	20	4	45	6
السمك	6	1	75	1

الحل:

نجد حواصل الضرب حسب الجدول الاتي :

انواع اللحوم	$P_0 \times q_0$	$P_0 \times q_1$	$P_1 \times q_0$	$P_1 \times q_1$
الغنم	50	75	70	105
البقر	99	66	78	52
الدجاج	80	120	180	270
السمك	6	6	75	75
المجموع	235	267	403	502

1. الرقم القياسي لاسعار اللحوم المرجحة بكميات سنة الاساس (لاسبير)

$$I_1 = \frac{\sum P_i \times q_0}{\sum P_0 \times q_0} \times 100$$

$$= \frac{403}{235} \times 100 = 171.48$$

2.الرقم القياسي لاسعار اللحوم المرجح بكميات سنة المقارنة (باش)

$$I_p = \frac{\sum P_1 \times q_1}{\sum P_0 \times q_1} \times 100$$

$$= \frac{502}{267} \times 100 = 188.01$$

تمارين الأرقام القياسية

س 1: إذا كان سعر المتر المربع الواحد من الأراضي في بغداد - الكاظمية عام 2005 هو (1200) ألف دينار، وقد ارتفع سنة 2008 إلى (2000) ألف دينار احسب:

a. الرقم القياسي البسيط لسعر المتر باعتبار ان سنة 2008 سنة اساس .

b. الرقم القياسي البسيط لسعر المتر باعتبار ان سنة 2005 سنة اساس .

س2: بلغ طول نهر دجلة في الأراضي العراقية إلى كرمة علي 1718 كم، وطول نهر الفرات 2300 كم، فما هو الرقم القياسي لكل منهما بالنسبة للآخر، وبالنسبة إلى شط العرب البالغ طوله 110 كم.

س3: البيانات الاتية تمثل أسعار وكميات مواد التنظيف لشركة الزيوت النباتية للسنوات 2002، 2006 والمطلوب

a. حساب الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (باش).

b. حساب الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس (لاسبير).

المادة	السعر (الف دينار)		الكمية (لتر)	
	2002	2006	2002	2006
زاهي	15	18	6	5
شامبو بلسم	12.5	10	5	4

س4: يبلغ عدد السكان الذكور والإناث ومجموعهم للسنوات 2003 - 2005 في إحدى المدن العراقية (بالآلاف) كما في الجدول التالي والمطلوب

a. حساب الأرقام القياسية للذكور والإناث والمجموع.

b. إعادة احتساب الأرقام القياسية في أ باعتبار سنة 2005 سنة أساس.

السنة	الذكور	الاناث	المجموع
2003	5312	3881	9193
2004	6817	5911	12728
2005	8321	7311	15632

الفصل السابع
الاحتمالات

الأهداف:

1-أن يتعرف الطالب على مبادئ الاحتمال.
2-أن يتعرف الطالب على أساسيات نظرية الاحتمالات من حيث المفهوم.
3- أن يعرف الطالب كيف يستخدم الاحتمال في التطبيقات العملية.

المحتويات

مقدمة:

تلعب الاحتمالات دوراً مهماً في الحياة اليومية وفي كثير من العلوم لأنها تستعمل في قياس عدم التأكد، إن الإنسان يجد في معظم الأوقات نفسه أمام عدة خيارات وعليه أن يختار ما يظن انه الأفضل، وعندما تريد الدولة أن تحدد عدد المدارس الجديدة التي يجب أن تبنيها يجب أن تقدر كفاية تلك المدارس من حيث احتمالات تزايد اعداد الطلبة واعداد المدرسين.

أن العديد منا يقابل بعملية اتخاذ قرارات بناءً على معلومات ناقصة ونعتمد على الاحتمالات لتساعدنا على الاختيار ويعد علم الاحتمالات من العلوم المتداخلة والمتشابكة بالإحصاء لأن معظم النظريات والطرق الإحصائية بنيت على اسس في هذا العلم. أن الكثير من القرارات الفردية والجماعية التي تتخذ في حياتنا اليومية تبني على توقعات مختلفة لحدوث بعض الأشياء أو عدم حدوثها. فنقول مثلا احتمال ان تؤجل الرحلة الجوية المتوجهة الى لندن لان سقوط المطر غزير جدا. وهذه التقديرات للاحتمالات لا تستند على أساس رياضي لكن قد تعتمد على خبرات ومعلومات سابقة عن الطقس وعن تتبع ولفترات طويلة وصول طائرة الخطوط الجوية القادمة من لندن.

ونظرية الاحتمالات فرع من فروع الرياضيات التطبيقية تهتم بدراسة احتمال الحوادث العشوائية الخاصة بالظواهر والأشياء لهذا لابد من توضيح كلمة فرصة (CHANCE).

من المعلوم اننا لو ألقينا قطعة نقدية معدنية على منضدة مسطحة فأن القطعة سوف تسقط على سطح الطاولة وسيكون أحد وجهيها إلى الأعلى ولكننا لا نعلم أي الوجهين سيظهر إلى الأعلى (صورة Head او كتابة Tail). وهذا ما نسميه بعدم التأكد أو عدم المعرفة المسبقة بالفرصة، ويجب أن نفرق بين لفظي (مؤكد) و (فرصة) فالأولى تدل على شيء معلوم مؤكد الحصول لدينا كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه أما الثانية فإنما يدل على شيء غير معلوم غير مؤكد الحصول لدينا كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه. إن لفظة فرصة التي ذكرناها وثيقة الصلة بلفظة (احتمال) وكلمة (احتمال) هي كلمة شائعة في لغتنا اليومية ودائما نستعملها عندما نتكلم عن شيء يتحكم في حدوثه عوامل فرص الحدوث فمثلا عندما نقول (يحتمل أن تمطر السماء اليوم نقول هذه العبارة إذا كانت السماء ملبدة بالغيوم وكان الجو مائلا إلى البرودة لأن هذه بعض الظروف التي تؤدي إلى فرصة حصول سقوط المطر ولكن يوجد فضلا عن هذه الظروف عدة ظروف أخرى لا نعرفها تماماً، إذا توافرت كلها سقط المطر أما إذا لم تتوافر كلها فقد لا يسقط المطر.

بدأت دراسة الاحتمالات في القرن السابع عشر في ألعاب الحظ بظهور العالم باسكال، ولم يتم تطور نظرية الاحتمالات كعلم حتى منتصف القرن التاسع عشر فقد بدأت هذه المرحلة بكتاب لجيمس برنولي Bernoulli السويسري في 1713 ميلادي ثم توالت بعد ذلك الأعمال للعالم دي موافر De Moivre وللعالم لابلاس Laplace وللعالم جاوس Gauss وللعالم poison وآخرين اذ تم تطبيق هذه النظريات في الاحصاء statistics وفي العلوم الطبيعية Natural Sciences.

1 – 7 مفهوم الاحتمال (Concept of Probability):

تستعمل كلمة الاحتمال في الوقت الحاضر للدلالة بصورة كمية على درجة القناعة التي يراد إضفاؤها على حوادث معينة، أو على الاتجاه الذي تبديه بعض الحوادث للظهور ب (تواتر وتكرار منتظم) عند تكرار تجارب معينة بالشروط نفسها.

والاحتمال يهتم بدراسة نتائج التجارب أو المحاولات العشوائية وهي تلعب دورا مهما في أتخاذ القرارات والتنبؤ. فما هو الاحتمال؟

الاحتمال: هو إمكانية وقوع أمر ما لسنا على ثقة تامة بحدوثه ويلعب الاحتمال دورة أساسية في وقوع حدث ما في ضوء النظرية التي يستعملها الإحصائي ((النظرية الإحصائية)).

7-2: المحاولات والحوادث

يرتبط مفهوم الاحتمالات ارتباطا وثيقا بمفاهيم التجربة- فضاء العينة والحادث. المحاولات والتجارب:

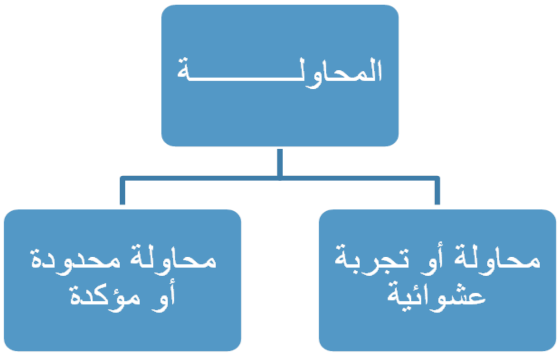
7-1

الفصل السابع الإحتمالات Probability

* لو كان بالإمكان رمي قطعة نقد معدنية متزنة مرة واحدة في الهواء ومراقبة ناتج الرمية فأننا لا نعلم مسبقا هل ستعين صورة (Head) أم كتابة (Tail) وبالتأكيد لا توجد نواتج أخرى لأنه لا توجد القطعة النقد المعدنية إلا وجهان وهذا ما يسمى بالتجربة.
* اذا رميت حجر نرد (زار) متزن، ومراقبة ناتج الرمية فأنها ستكون أما الوجه ذو الرقم 1 أو الوجه ذو الرقم 2 أو الوجه ذو الرقم 3 أو الوجه ذو الرقم 4 أو الوجه ذو الرقم 5 أو الوجه ذو الرقم 6 وبتكرار كل من التجربتين تحت نفس الظروف سيتعين عدد من النتائج لكل منها، وان أي محاولة أو تجربة ستنتهي بإحدى هذه النتائج عندئذ هذه التجربة تسمى محاولة (trial).

المحاولة هي تجربة أو إجراء لعمل اختبار يمكن وصفه وصفاً دقيقاً وملاحظة ما ينتج عنه.

فالمحاولة من حيث نتائجها على نوعين:



شكل رقم (1 ـ 7) يبين أنواع المحاولة من حيث نتائجها

الفصل السابع Probability الإحتمالات

وفيما يأتي توضيح لكل نوع من انواع المحاولة:

1- محاولة (تجربة) محددة:

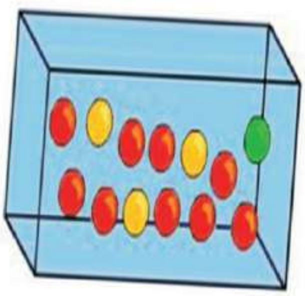
وهي ذلك النوع من التجارب الذي يعطي النتيجة نفسها عند تكرار التجربة تحت الظروف نفسها، فمثلا عند القاء كرة في الهواء فإنها ولابد أن تسقط على الأرض، اذا تم تسخين الماء الى 100درجة سيليزية في ظروف الضغط الجوي الاعتيادي فإنه يتحول الى بخار بغض النظر عن عدد مرات اجراء التجربة (وان كثير من التجارب العلمية هي تجارب محددة).

2- محاولات أو تجارب عشوائية (Random Experiments):

أي عملية (إجراء) يمكن تحديد كل النتائج الممكنة لها مسبقا، ولكن لا يمكن تحديد (أو التنبؤ) أي منها سيقع لأن نتيجتها تتغير مع تكرار التجربة.

ومثال ذلك:

عند إلقاء قطعة معدنية متزنة مرة واحدة فأن النتائج الممكنة لها نتيجتان إما ظهور صورة ويرمز لها بالرمز (H) أو ظهور كتابة ويرمز لها بالرمز (T)، أي أن النتائج الممكنة $\{H,T\}$، وقبل إلقاء قطعة النقد لايمكن تحديد أي من النتيجتين سيظهر أولاً.



- واذا طلب منك سحب كرة واحدة من صندوق يحتوي على كرات صفراء وكرات حمراء وكرات خضراء فإنك لا تعلم مسبقة أن الكرة المسحوبة ستكون الصفراء أو الحمراء أو الخضراء ولكنك تعلم بشكل مؤكد أن المسحوبة ستكون هي أحد هذه الألوان.

هناك بعض التعاريف لابد من التطرق اليها التي تتعلق بكل تجربة عشوائية.

الفصل السابع الإحتمالات Probability

فراغ أو فضاء العينة (Sample Space):

هو مجموعة كل النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز (S) ويرمز لعدد النتائج الممكنة لفضاء العينة n(S) .

ومن الأمثلة على ذلك: عند إلقاء قطعة نقود معدنية متزنة مرة واحدة فإن فضاء العينة S = {H,T} ، وبالتالي فان عدد النتائج يكون n(S) =2.

مثال 7-1 :

عندرمي حجر نرد متزن مرة واحدة (حجر نرد هو مكعب منتظم وضع على أو جهة الستة نقاط تمثل الأعداد (1,2,3,4,5,6). فأن فضاء العينة هو: S={1,2,3,4,5,6} وان عدد النتائج:

n(S) = 6

الحادث (Event):

في بعض الأحيان يكون الاهتمام بجزء من فضاء العينة وليس بكل فضاء العينة، فالحادث هو أي مجموعة جزئية من فضاء العينة المحدد لتجربة عشوائية يعطي بشروط معينة ويرمز لـه بالرمز E أو أي حرف آخر على أن يكون من الحروف الكبيرة ... ،A,B,C (Capital) وهو مجموعة محددة من الحوادث الابتدائية التي تنتمي لفضاء العينة.

مثال7-2:

عندما نقوم برمي حجر نرد متزن وملاحظة النتائج الممكنة وهي ظهور احدى الوجوه الستة:

S= {1,2,3,4,5,6}

فإذا كنا مهتمين بظهور الرقم {1} أو الأرقام الفردية { 1,3,5 } وهكذا... فعملية رمي حجر النرد تسمى محاولة وظهور الرقم {1} أو الأرقام الفردية تسمى حادث، (Event) ويلاحظ أن الحادث قد يكون حالة (عنصر واحد أو أكثر) من فضاء العينة، وعليه يمكن تعريف:

الحادث الأول (البسيط) Simple Event: هو الحدث الذي تتألف المجموعة التي تمثله من عنصر واحد من عناصر فضاء العينة

الحدث المركب (Compound Event):

هو الحدث المكون من عنصرين أو أكثر، ففي تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة فأن حدث العدد الفردي { 1,3,5} يعتبر حدث مركب اذا أمكن تجزئته الى عدة أحداث بسيطة {1} {3} {5} والشكل أدناه يمثل أنواع الحادث......

شكل رقم (7-2) أنواع الحادثة

مثال 3-7:

عند إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة، جد فراغ (فضاء العينة) ثم حدد اذا كانت الحوادث الآتية بسيطة أو مركبة:

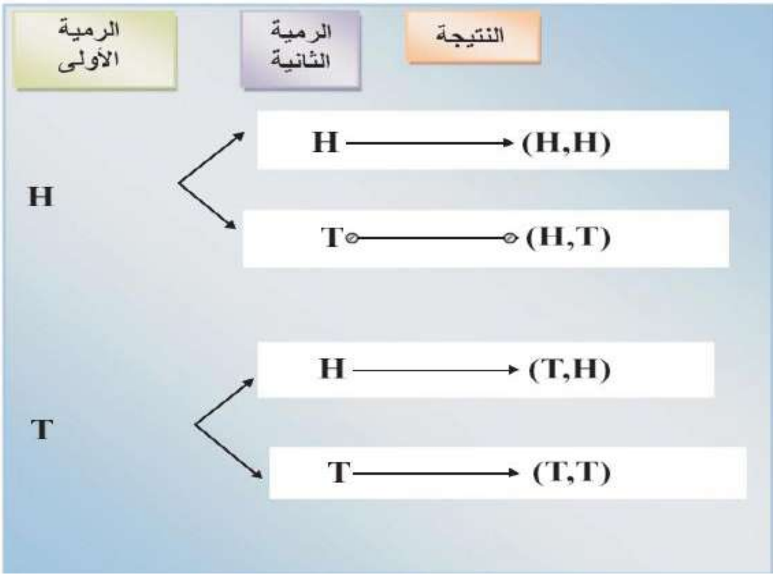
فضاء العينة { S= { HH,HT, TH,TT

A1= {TT} = حادثة ظهور كتابتين (حادثة بسيطة)،

A2= {HH } =حادثة ظهور صورتين (حادثة بسيطة) ،

A3={HT, TH } = حادثة ظهور صورة وكتابة (حادثة مركبة)

والشكل الآتي يمثل المخطط الشجري لرمي قطعتي النقود مرة واحدة



شكل رقم (3-7) المخطط الشجري لرمي قطعتي النقود مرة واحدة

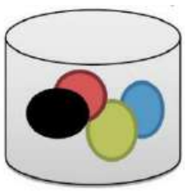
مثال 4-7:

لديك كيس يحتوي على أربع كرات: كرة حمراء ، كرة زرقاء ، كرة خضراء ، كرة سوداء. فإذا قمت بسحب كرة واحدة من الكيس دون النظر فيه فما هي النواتج الممكنة؟

النواتج الممكنة هي: كرة حمراء، كرة زرقاء، كرة خضراء، كرة سوداء.

أوجد:

1. فضاء العينة لهذه التجربة؟
2. حادث سحب كرة زرقاء، أي نوع من الأحداث يمثل.
3. حادث سحب كرة خضراء وسوداء.
4. حادث سحب كرة سوداء وحمراء وزرقاء.



الحل

فضاء العينة لتجربة سحب كرة واحدة هو مجموعة كل النواتج الممكنة:

1- {كرة حمراء، كرة زرقاء، كرة خضراء، كرة سوداء}=S.

2- أفرض A يمثل حادث كرة زرقاء= {كرة زرقاء}، وهو يمثل حدث بسيط لأنه يتكون من عنصرواحد.

3- أفرض B يمثل حادث سحب كرة وخضراء وسوداء={كرة خضراء، كرة سوداء} وهو يمثل حادث مركب.

4- أفرض C يمثل حادث سحب كرة سوداء وحمراء وزرقاء= { كرة سوداء، كرة حمراء، كرة زرقاء} وهو يمثل حادث مركب.

الحدث المؤكد (Sure Events):

حدث يضم كافة عناصر فضاء العينة S يمثل جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له (S)

بحيث:

$$S \subset S$$

مثال5-7:

عند إلقاء حجر نرد متزنة مرة واحدة فان الحادثة المؤكدة ظهور أي وجه من  الى 

فكل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها بتعبير آخر أن S مجموعة جزئية من S، ومثال ذلك حدث ظهور عدد أقل من7 في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة وهو يساوي {1 ,2,3,4,5,6}.

الحدث المستحيل (Impossible Event):

اذا كان الحدث (E) واقع خارج نطاق فراغ العينة (S) ويمثل الحالة التي لا يكون فيها للتجربة عناصر أو أن الحدث المستحيل هو الذي لا يمكن حدوثه ويرمز له بالرمز∅ (تقرأ فاي).

وخير مثال عند رمي حجر نرد متزن ويراد ظهور صورتين عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة هذا لا يمكن لأن للقطعة المعدنية أو أن النتائج الممكنة {H,T} =S أي ظهور صورة واحدة فقط فهذه حالة مستحيلة. * حدث ظهور العدد (7) في تجربة رمي حجر نرد... حدث مستحيل.

* أن يعيش الانسان الى الأبد... حدث مستحيل.

الحوادث ذات الفرص المتساوية:

اذا كانت فرصة أو نتيجة من نتائج التجربة العشوائية مساوية لفرصة ظهور أي نتيجة أخرى فيعبر عن ذلك بأن نتائج هذه التجربة متساوية الفرص (متكافئة). فمثلا عند رمي قطعة معدنية مرة واحدة فأن فرصة ظهور وجه الصورة (H) مساوية لفرصة ظهور وجه الكتابة (T). وكذلك في تجربة رمي حجر نرد متزن مرة واحدة فأن فرصة ظهور الوجه ذو الرقم 1 مساوية

الحوادث المستقلة (Independent Events):

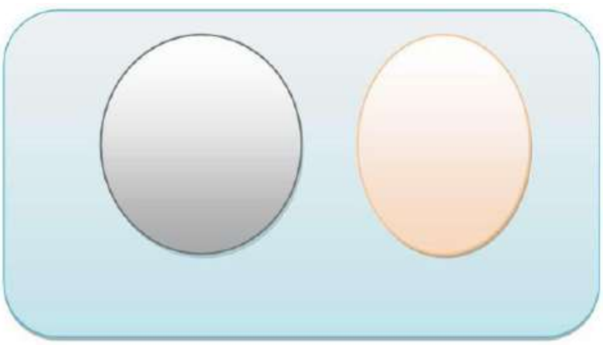
يعد الحادثين A,B حادثين مستقلين اذا كان وقوع أحدهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر، فمثلا عند رمي قطعة نقد معدنية متزنة مرتين متتاليتين فإن حادثة ظهور الصورة في الرمية الأولى لا تؤثر (مستقلة) على ظهور صورة الكتابة في الرمية الثانية.

الحوادث المعتمدة (Dependent Events):

اذا كان وقوع حادثة معينة يؤثر في وقوع حادثة أخرى (غير مستقل منها) عندئذ يقال أن الحادثتين معتمدتان. ففي تجربة سحب كرات من صندوق والمطلوب سحب كرتين ذي اللون الأحمر مرة بعد الأخرى. هنا سيكون السحب فقط للكرة الحمرا

الحوادث المتنافية (المتناقضة) (Mutually Exclusive Events):

اذا كان S فضاء عينة لتجربة عشوائية وكانA,B حوادث في فضاء العينة فيقال أن الحدثين A,B متنافيان (متناقضتان) إذا كان $A \cap B = \emptyset$ ولمزيد من التوضيح يمكن الاستعانة بالرسم بأشكال فن:



شكل رقم (7-4) يوضح الأحداث المتنافية

يقال بان الحادثتين A,B متنافيتان أو متناقضتان اذا كانتا غير متقاطعتين أي $A \cap B = \emptyset$ وهذا يعني عدم وجود عناصر مشتركة بينهما وبالتالي لا يمكن وقوعهما معاً أي يستحيل وقوعهما معا ولذلك فإن وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر.

ومن الأمثلة على الحوادث المتنافية

* عند رمي قطعة نقد معدنية متزنة مرة واحدة فان حدث ظهور الكتابة يمنع حدث ظهور الصورة.

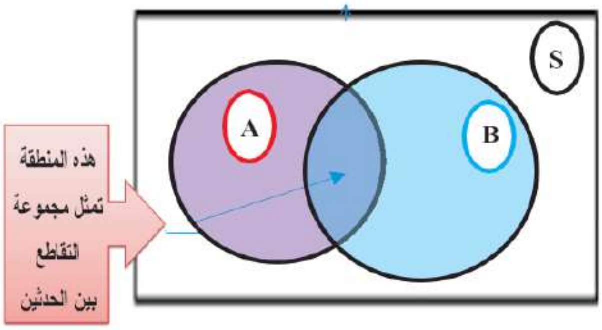
* عند القاء حجر نرد متزن مرة واحدة فإن ظهور أحد الأوجه يمنع ظهور الأوجه الأخرى.

الحوادث غير المتنافية

احتمال حصول حادثتين معا يمثل حادث التقاطع ويرمز $A \cap B$ ويمكن حسابه بطريقة مباشرة عن طريق معرفة عدد العناصر المشتركة بين الحادثتين ، والشكل ادناه يمثل التقاطع بين حادثتين باستعمال أشكال

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } X \in B\}$$

ولمزيد من التوضيح يمكن الاستعانة بالرسم بأشكال فن:



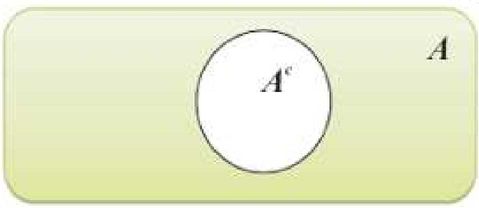
شكل رقم (7-5) يوضح الأحداث غير المتنافية

الحادث المكمل (Complimentary events):

الحادث المكمل لأي حادث والمعرف على فراغ العينة S هو حادث يتكون من جميع عناصر المجموعة الشاملة ولكنها لا تنتمي الى A. يكتب هذا الحادث المكمل للحادث على الصورة A^c.

$$A^c = \{ x , x \subset S , \quad x \not\subset A \}$$

والشكل ادناه يوضح الحادث المكمل وفق أشكال فن.



شكل رقم (7-6) يوضح الحادث المكمل

مثال7-6:

رميت زهرة نرد مرة واحدة فاذا كان الحدث يعبر عن الحدث الذي عناصره الاعداد الفردية في فراغ العينة أو فضاء العينة. أوجد الحدث المكمل للحدث A

فراغ العينة عبارة عن S={1,2,3,4,5,6}

عناصر الحدث هي الاعداد الفردية أي ان A={1,3,5}

وهكذا يكون الحدث المكمل للحدث A أي الحدث هو A^C

A^C={2,4,6}

الحالات الكلية الممكنة:

العدد الكلي للنتائج الممكنة في أية محاولة يدعى بالحالات الكلية. فعند رمي قطعة نقد معدنية نلاحظ ان النتائج الكلية (الممكنة لهذه المحاولة) هي (صورة، كتابة) ولا يوجد غيرها.

وكذلك درجة الطالب في الامتحان، فالحالات الكلية للدرجة التي يمكن أن يحصل عليها الطالب في الامتحان تتراوح بين (0,100) فلا يمكن أن يحصل الطالب على درجة أقل من الصفر أو أكثر من100.

الحالات الممكنة لوقوع حادثة معينة (Favorable Cases):

ان العدد الكلي للحالات التي تشترك بصفة معينة أو ميزة معينة في أية محاولة يمثل عدد نتائج المحاولة الممكنة لوقوع حادثة، على سبيل المثال عند رمي حجري نرد فإن عدد الحالات الممكنة التي تشترك بصفة أن مجموع النقاط يساوي 5 هي أربع حالات:

(2،3) (3،2) (1,4) (4,1)

تمارين ٩

1. عرف التجربة العشوائية وأعط مثالا.
2. عرف فضاء العينة (S).
3. اكتب فضاء العينة في التجارب العشوائية البسيطة الآتية:
   a. تجربة رمي قطعة نقود وملاحظة الوجه العلوي.
   b. في تجربة رمي حجر نرد متزن وملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوي.
   c. سحب بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من 1- 13 وملاحظة رقم البطاقة.
4. أكتب فضاء العينة في التجارب المركبة الآتية:
   a. القاء قطعة نقود مرتين (أو القاء قطعتين من نقود مرة واحدة) وملاحظة الوجه العلوي.
5. عرف الحادث واعط مثالا.
6. أكمل العبارات الآتية بما يناسبها:

a. الحادث البسيط هو مجموعة تحتوي على .... مثل الحصول على .... في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة.

b. الحادث المركب هو مجموعة تحتوي على .... مثل ....

c. الحادث المستحيل هو .... وهو يكافئ المجموعة .... ومثال لها .

d. الحادث الأكيد هو .... وهو يكافئ المجموعة .... ومثال لها ....

7. في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الحوادث الآتية (وحدد نوع الحادثة)

a. الحصول على العدد 1 ....

b. الحصول على عدد فردي ....

c. الحصول على عدد أولي ....

d. الحصول على عدد مربع ....

e. الحصول على عدد أكبر من 3 ....

f.الحصول على عدد يقبل القسمة على 3 ....

g. الحصول على عدد صحيح.......................

h. الحصول على العدد 7 ....

8. في تجربة رمي حجر نرد متزن مرتين جد الآتي:

a. عدد عناصر فضاء العينة

b. عدد عناصر الحادث (الرقمان متساويان)

c. مجموع الرقمين ≥ 1

9. اذا كان A و B حادثتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية أكمل مايأتي:

a. اتحاد A وB هو حادثة تتضمن................ يرمز لها

b. تقاطع A وB هو حادثة تتضمن .... **ويرمز لها.......**

c. الحادثتين A وB متنافيتان اذا وفقط اذا كان ....

10. اذا كان A وB حادثتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية فعبر عن الأحداث الآتية بالرموز الدالة عليها:

a. عدم وقوع A ....

b. وقوع الحادثتين معاً ....

11. يراد سحب بطاقة عشوائية من بين 8 بطاقات مرقمة من 11-18وكانت:

A. تمثل سحب بطاقة تحمل عدداً زوجياً.

b. تمثل سحب بطاقة تحمل عدد يقبل القسمة على 3.

12. عبر عن الحوادث الآتية:

a. عدم وقوع A.

b.وقوع A أو B .

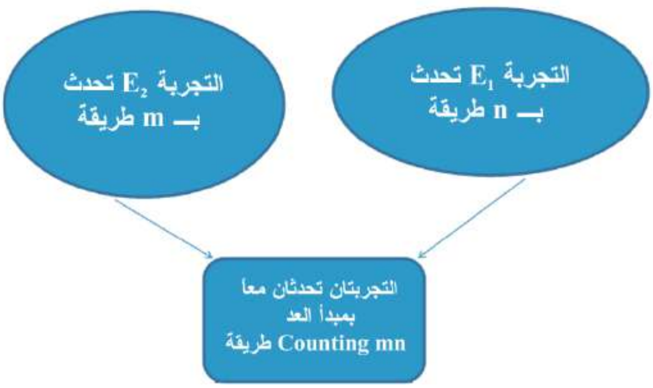
c.وقوع A و B

7-3: مبدأ العد (Counting):

ورد ذكر العد في القرآن الكريم في مواضيع كثيرة ومنها قال تعالى ((ولتعلموا عدد السنين والحساب). العد من أولى المهارات الرياضية التي يتعلمها الأنسان ويستعملها في حياته اليومية كل في مجال عمله. فقد اهتم الأنسان بحساب عدد إمكانات حدوث ظاهرة معينة كما اهتم بعدد الطرق الممكنة لاستحصال الضرائب وغيرها وكان لعالم الرياضيات العربي نصير الدين الطوسي (1201 – 1274) باع طويل في حساب عدد الإمكانات بطريقة تسمى مبدأ العد، وفي عام 1928م نشر نيومان بحثه في استعمال نظرية العد والاحتمال في الإستراتيجيات العسكرية.

تعريف

اذا أمكن اجراء عملية مركبة على مرحلتين وكان عدد طرق اجراء المرحلة الأولى (n) وعدد الطرق لأجراء المرحلة الثانية (m) فإن عدد طرق اجراء العملية بالمرحلتين معا (n^{x} m).



شكل رقم (7-7) يبين مبدأ العد

مثال 7-7:

إذا كان للمدرسة 3 أبواب، فكم طريقة يمكن لشخص الدخول من هذه الأبواب؟ وكم طريقة يمكنه الخروج من باب غير باب الدخول؟ وبكم طريقة يمكنه الدخول والخروج معاً ؟

الحل:

عدد طرق الدخول=3

عدد طرق الخروج=2

عدد طرق الدخول والخروج معاً $3x2 = 6$

مثال 7-8:

أراد أحد الطلاب شراء كتاب اقتصاد ومحاسبة فاذا كان لدى المكتبة (7) كتب مختلفة من كتب الاقتصاد و(5) كتب مختلفة من كتب المحاسبة فبكم طريقة يمكن للطالب اختيار كتاب اقتصاد ومحاسبة.

الحل:

عدد طرق اختيار كتاب الاقتصاد = 7 طرق

عدد طرق اختيار كتاب المحاسبة = 5 طرق

عدد طرق اختيار الكتابين معا = $5x7 = 35$ طريقة

مثال 7-9:

كم عدد مكون من رقمين يمكن تكوينه باستعمال الأرقام 6,4,3

a. عندما لا يسمح بتكرار الرقم .

b. عندما يسمح بالتكرار .

الحل

a. عندما لا يسمح بتكرار الرقم

عدد طرق اختيار الآحاد = 3 (لأن رتبة الآحاد يمكن أن يشغلها العدد 3 أو 4 أو 6).

عدد طرق اختيار العشرات = 2 (بعد استبعاد الرقم المأخوذ من الآحاد).

اذا عدد الأعداد التي يمكن تكوينها = $2 \times 3 = 6$ أعداد.

b. عندما يسمح بالتكرار

عدد طرق اختيار الآحاد = 3

عدد طرق اختيار العشرات = 3

اذا عدد الأعداد التي يمكن تكوينها = $3 \times 3 = 9$ اعداد

مثال 7-10:

بكم طريقة يمكن اختيار رئيساً ومحاسباً وأميناً للصندوق لمجلس بلدي مكون من 9 أعضاء

الحل:

عدد طرق اشغال منصب الرئيس= 9

عدد طرق اشغال منصب المحاسب = 8

عدد طرق اشغال منصب امين الصندوق = 7

وشكل آخر باستعمال الطريقة الآتية (طريقة اشغال المربعات) أن منصب الرئيس يشغل بطرق عددها 9 ومنصب المحاسب يشغل بطرق عددها 8 ومنصب أمين صندوق يشغل بطرق عددها 7:

أمين الصندوق	محاسب	الرئيس	المركز
7	8	9	عدد الطرق

عدد الطرق $7 \times 8 \times 9 = 504$ طريقة

مثال 11-7:

يقدم مطعم العزائم سبعة أصناف من اللحوم وأربعة أصناف من المقبلات وثلاثة أصناف من الحلوى وصنفين من الفاكهة، كم عدد الوجبات المختلفة التي يقدمها المطعم على أن تتكون كل وجبة من لحم ومقبلات وحلوى وفاكهة.

الحل:

توجد (7) طرق مختلفة لإختيار اللحوم حيث توجد (7) أصناف منها.

وتوجد (4) طرق مختلفة لإختيار المقبلات حيث توجد (4) أصناف منها.

وتوجد (3) طرق مختلفة لإختيار الحلوى حيث توجد (3) أصناف منها.

وتوجد طريقتان لأختيار الفاكهة حيث يوجد صنفان منها.

اذا عدد الوجبات التي يقدمها المطعم

$2 \times 3 \times 4 \times 7 = 168$

.: عدد الوجبات = 168 وجبة

مثال 12-7:

صندوق فيه 8 كرات مختلفة سحبت 3 كرات الواحدة تلو الأخرى، جد عدد طرق سحب الكرات الثلاثة إذا كان السحب:

a. بدون إرجاع.

b. بإرجاع.

C. عدد سحب الكرات بدون إرجاع:

الحل:

عدد طرق سحب الكرة الأولى = 8

عدد طرق سحب الكرة الثانية = 7

عدد طرق سحب الكرة الثالثة = 6

أو باستعمال طريقة إشغال المربعات وكما يأتي:

8	7	6

إذا عدد طرق سحب الكرات الثلاث $6 \times 7 \times 8 = 336$

∴ عدد طرق سحب الكرات الثلاث = 336 طريقة

b. عدد سحب الكرات بإرجاع:

الحل:

عدد طرق سحب الكرة الأولى =8

عدد طرق سحب الكرة الثانية= 8

عدد سحب الكرة الثالثة = 8

إذا عدد طرق سحب الكرات الثلاثة = $8 \times 8 \times 8 = 512$ طريقة

أو باستعمال طريقة إشغال المربعات (كما ذكرنا سابقا) وكما يأتي:

8	8	8

مضروب العدد (Factorial):

تأمل العمليات الآتية:

720 = 6 x5x4x3x2x1 نسمي حاصل الضرب هنا مضروب العدد 6 ونرمز له !6

120 = 5 x4x3x2x1 نسمي حاصل الضرب هنا مضروب العدد 5 ونرمز له !5

وهكذا..... لاحظ تسلسل الأعداد في العمليات الآتية:

$n! = n(n-1)(n-2)....3x2x1$

وهي تمثل:

(حاصل ضرب عوامل عددها n تبدأ بالعدد n وتنتهي بالعدد واحد (مع ملاحظة أن كل عدد ينقص عن سابقه بواحد يسمى مضروب العدد لكل عدد طبيعي (صحيح موجب) مثل n ، يسمى حاصل الضرب مضروب العدد n ويرمز له !n

$n(n-1)(n-2)....x3x2x1$

مثال 7-13:

أوجد !4

$$4! = 4x3x2x1=24$$

مثال 7-14:

جد $\frac{5!}{2!}$

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = 60$$

قوانين:

$0! = 1$ أي أن مضروب العدد صفر يساوي 1

$1! = 1$ أي أن مضروب العدد 1 يساوي 1

$n!=n(n-1)!$

$3! = 3(3-1)! = 3x2=6$

$4! = 4(4-1)! = 4x3! = 4x6 = 24$

$5! = 5(5-1)! = 5x4! = 5x4x3x2x1! = 120$

مثال 7-15:

يراد أن يجلس 4 طلاب على 4 كراسي في صف واحد. بكم طريقة يتم هذا.

نلاحظ هنا اذا استعملنا مبدأ العد فإن عدد الطرق:

$4! = 4x3x2x1 = 24$

مثال 16-7:

أراد أحد الطلاب التسجيل في الجامعة وكان امامه خمس جامعات وفي كل جامعة 6 كليات، فكم عدد الخيارات التي أمام الطالب لاختيار دراسته في احدى كليات الجامعات الخمس؟ الحل عدد الخيارات هو:

$5x6 = 30$

مثال 17-7:

يحتوي صندوق 8 كرات متماثلة بكم طريقة يمكن بها أن تسحب كرتان من الصندوق على التوالي بحيث:

a. السحب مع الإرجاع. b. السحب دون إرجاع.

a. السحب مع الإرجاع

عدد الطرق = $8 \times 8 = 64$ طريقة

c. السحب بدون إرجاع

عدد الطرق = $7 \times 8 = 56$ طريقة

7-4: التبادل (permutation):

بدأ التطور الفعلي للتفكير الرياضي في التباديل مع مطلع القرن السابع عشر الميلادي مع تطور نظرية الاحتمالات وفي المدة نفسها اكتشف عالم الرياضيات بليس باسكال اداة لحساب التوافيق.

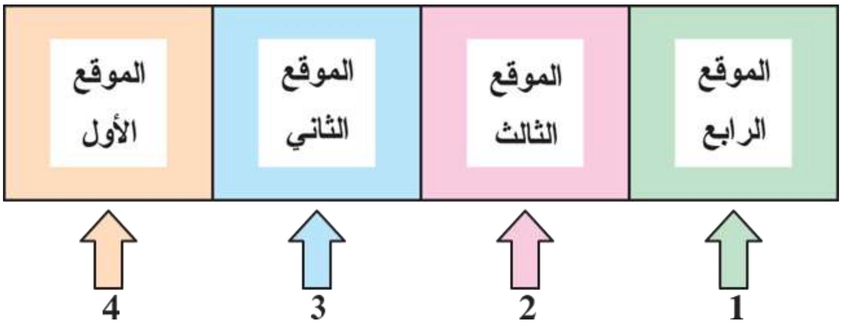
للتبادلي استعمالات عديدة تشمل تحويل المكالمات الهاتفية عبر الأسلاك وجدولة الأنتاج في المصانع، ومع استعمال الحاسبات اصبحت التباديل مجالا خصبا للأبحاث وذلك لسرعة الحاسوب للقيام بالحسابات المتكررة

هي عدد الطرق التي يتم بها ترتيب عناصر مجموعة ما بأخذها كلها أو بعضها في كل مرة م مراعاة الترتيب، فعدد التباديل لمجموعة مكونة من n من الأشياء مأخوذا (r) منها في كل مرة يساوي عدد الترتيبات المختلفة التي يمكن تكوينها من (n) من الأشياء بحيث تضم كل ترتيبة (r) من الأشياء مع مراعاة الترتيب. ويرمز للتراتيب بالرمز "P أو بالرمز P_r^n

مثال 18-7:

أراد (4) أشخاص أخذ صورة جماعية بوقوفهم معا في صف واحد، بكم طريقة مختلفة يمكن أن يصطف هؤلاء الأشخاص؟

يمكننا تصور المواقع الأربعة التي يقف بها الأشخاص الأربعة



عدد الاختيارات

يمكن إشغال الموقع الأول بـ 4 طرق.

يمكن إشغال الموقع الثاني بـ 3 طرق.

يمكن إشغال الموقع الثالث بـ 2 طريقة.

يمكن إشغال الموقع الرابع بطريقة واحدة.

اذا عدد جميع الطرق = 1 x2x3x4 =24

عدد الطرق = عدد طرق تبديل الأشخاص فيما بينهم

الطرق المختلفة لاصطفاف الأشخاص هي التباديل المختلفة لمجموعة مكونة من أربعة عناصر P(n, r) ولإيجادها P(4,4)

في التباديل نهتم بالترتيب والتكرار

قوانين التباديل

$$P^n_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P^n_r = n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)\ldots(n-r+1)$$

حيث r عدد العوامل، $n \geq r$

$$P^n_1 = n!$$

أي أن

P_r^n = حاصل ضرب عوامل عددها r تبدأ بالعدد n وكل عامل فيها يتناقص عن العدد السابق بواحد، والعامل الأخير يزيد بواحد عن الفرق بين n وr أي يكون العامل الأخير $(n - r + 1)$.

مثال 19-7:

هنـاك خمسة فرق ويراد إقامة مباريات فيما بينـهم، فبكم طريقة يمكن اقامة المباريات بين الفرق الخمسة حيث يلعب كل فريق مبارتين مع كل من الفرق الأخرى. المبـاراة الأولى في أرضه والاخرى في أرض الفريق المناظر.

الحل:

لحساب عدد المباريات الكلية وذلك بإختيار فريقين متباريين من الفرق الخمسة = 5×4 = 20 مباراة. أو بشكل آخر:

$$P^n_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5\times4\times3!}{3!} = 20$$

ملاحظة:

$P(n , n) = P_r^n$

= عدد تباديل أو التراتيب التي يمكن تكوينها من n من الأشياء مأخوذة كلها

مثال 7-20:

ما عدد التباديل التي يمكن ايجادها من خمسة أنواع من الفاكهة حيث أن كل منها مكون من نوعين؟

الحل:

عدد التباديل هو:

$$\mathbf{P_r^n} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

مثال 7-21:

مجلس ادارة شركة يتألف من 8 أعضاء بكم طريقة يمكن أن نختار من بينهم رئيساً وأميناً ومحاسباً ؟

الحل:

$$P_r^n = P_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{5!} = 336$$

هنا نهتم بالترتيب فان

أمثلة : أحسب كلا مما يأتي:

$$P_4^4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$P_0^3 = 1$$

$$P_0^3 = \frac{3!}{(3-0)!} = \frac{3!}{3!} = 1$$

7-5: التوافيق (Combination):

هي عدد المجموعات الجزئية التي يمكن تكوينها من (r) من الأشياء من بين (n) من الأشياء بصرف النظر عن ترتيبها وذلك بشـــرط أن يكون $0 \le r \le n$ سوف يرمز للتوافيق بالرمز C_r^n بالرمز C_r^n وهي التي يطلق عليها n توافيق r.

مثال 22-7:

إذا كان A = {3,4,5,6} فأوجد:

1. عدد المجموعات الجزئية التي تحتوي كل منها على عنصر واحد ويمكن تكوينها من مجموعة A
2. عدد المجموعات الجزئية التي تحتوي كل منها على عنصرين ويمكن تكوينها من المجموعة A.
3. المجموعات الجزئية التي تحتوي كل منها على ثلاثة عناصر ويمكن تكوينها من المجموعة A.

الحل:

1. المجموعات الجزئية من A والتي تحتوي كل منها على عنصر واحد فقط {6}، {5}، {4}، {3} وعددها 4 وهي تمثل:

$C_1^4=4$

2. المجموعات الجزئية من A والتي تحتوي كل منه على عنصرين فقط هي {3,4}، {3,5}، {3,6}، { 4 ,5}، {4,6}، {5,6} وعددها 6 وهي تمثل:

$C_2^4=6$

3. المجموعات الجزئية من A والتي تحتوي كل منها على ثلاثة عناصر هي: { 3,4، 5 }، { 4 ،5، 6}، {3,5,6} وعددها 4.

العلاقة بين التباديل والتوافيق

$$C_r^n = \frac{P_r^n}{r!}$$

لاحظ من المثال السابق:

$$c_1^4 = \;=\frac{P_1^4}{1!}=\frac{4}{1}=4$$

$$c_1^4 = \;=\frac{P_1^4}{2!}=\frac{4\times 3}{2\times 1}=4$$

مثال 23-7:

بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من شخصين للسفر في مهمة بفرض وجود خمسة أشخاص (a و b وc وd وe).

الحل:

قد يكون الأشخاص الذين ينم اختيارهم هم (b , a) أو (c , a) أو (d , a) أو (e,a) أو (c,b) أو (d , b) أو (e, b) أو (d, c) أو (e, c) أو (e,d) .

هي التي يمكن كتابتها بالشكل الآتية:

$$C_2^5 = 10$$

فنجد أن عدد الطرق= 10 طرق

ملاحظة

عند اجراء التباديل كان يهمنا الترتيب لأن كل ترتيبه تختلف الأخرى أما في حالة التوافيق فلا يؤخذ الترتيب في الاعتبار.

قوانين التوافيق

1) $C_r^n = \dfrac{P_r^n}{r!}$, $r = 0, 1, \ldots n$ $\quad r \le n$

2) $C_r^n = \dfrac{n!}{r! \times (n-r)!}$

3) $C_1^n = n$

4) $C_r^n = C_{n-r}^n$

5) $C_n^n = 1$

والتوافيق تمثل عدد طرق اختيار (r) عنصر من مجموعة مكونة من n عنصر مختلف

مثال 24-7:

جد عدد طرق ايجاد كل مما يأتي: C_6^6 , C_0^3 , C_3^5

الحل:

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5\times4\times3!}{3!\times2!} = 10$$

$$C_3^5 = \frac{3!}{0!\,(3-0)!} = \frac{3\times2\times1}{3!} = \frac{6}{3\times2\times1} = \frac{6}{6} = 1$$

$$C_3^5 = \frac{6!}{6!\,(6-6)!} = \frac{6!}{6!\times0!} = \frac{6!}{6!\times1} = 1$$

مثال 25-7:

بكم طريقة يمكن اختيار حرفين (من دون مراعاة الترتيب) من مجموعة الحروف A,B,C ؟

الحل:

لدينا عدد الحروف $n=3,\ r=2$ وعليه فأن عدد طرق اختيار حرفين (من دون مراعاة الترتيب) من مجموعة الحروف A,B,C يساوي.

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = \frac{3!}{2!\times1!} = 3$$

اذا نلاحظ أن الاختيارات (التوافيق)الممكنة هي {A,B},{A,C},{B,C} كما يجب الإشارة الى التوفيقة { A,B} هي التوفيقة نفسها{B,A}.

مثال 26-7:

اذا كان لدينا ستة موظفين في قسم الأبحاث وأريد ارسال بعثة منهم مكونة من رجلين

الحل:

يمكن اختيار اعضاء هذه البعثة بعدد من الطرق كالآتي:

$$c_1^6 = \ = \frac{6!}{(6-2)!\ 2!} = \frac{6\times5\times4!}{4!\ 2!} = 3\times5 = 15$$

مثال 7-27:

اسواق فيها سبعة أصناف من الماء متماثلة في كل شيء إلا في الأسماء فاذا سحبت منها ثلاث قناني، كم عدد الطرق التي يمكن بها اجراء هذه العملية؟

الحل:

عدد الطرق هو:

$$C_3^7 = \frac{7!}{3!\,(7-3)!} = 35$$

عزيزي الطالب ...

يتم التفريق بين التباديل والتوافيق عن طريق كون الاولى يشترط فيها ترتيب معين. اما الثانية فتحوي شرط عدم المراعاة.

تمارين العد والتباديل والتوافيق

1. يوجد في إحدى المحلات التجارية المواصفات الآتية لحذاء كرة القدم اللون أبيض، أزرق، بني، أسود والقياس 43، 42، 41، 40 من كل لون، كم عدد الأنواع المختلفة المعروضة في المحل؟

2. نسيت لينا الرقم الخاص بها لدخول الأنترنيت وكانت لديها المعلومات الآتية:

يتكون العدد من الأرقام 2، 5,4,3 و6

العدد مكون من خمسة أرقام، العدد زوجي

فما عدد الخيارات الممكنة أمام لينا لاستعادة رقمها؟ (اذا علم أن الأرقام لا تتكرر)

3. لدينا { 5,4,3,2,1 } كم عدد مكون من ثلاثة أرقام يمكن تكوينه اذا:

a.يسمح بالتكرار

b. لم يسمح بالتكرار

4. بكم طريقة يمكن ترتيب 5 كتب على رف في مكتبة؟

5. ماعدد طرق إختيار 5 كتب من رف يحتوي على 8 كتب مختلفة؟

(الترتيب هنا غير مهم)

6-7: قياس الاحتمال (Measure of Probability):

درسنا سابقاً أن الاحتمال هو أحد الخيارات المتاحة أمام تجربة أو حادثة غير معروفة النتيجة، وفي الرياضيات تعبر كلمة الاحتمال عن قيمة عددية تدل على مدى تكرار هذه الخيارات عند تطبيق تجربة ما لمرات عديدة، وبهذا يعطي الخيار الأكثر حدوثا وتكراراً قيمة احتمال أكبر من الخيار الأقل حدوثاً.

، حدوث.

> إن المقياس الكمي الذي يقيس فرصة حدوث حادثة معينة غير مؤكدة يسمى مقياس الاحتمال

وقيمة هذا المقياس دائما موجبة تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح

وكلما زادت فرصة وقوع الحادثة كلما اقتربت قيمة هذا المقياس من الواحد ،وكلما قلت فرصة وقوع الحادثة كلما اقتربت قيمة المقياس من الصفر

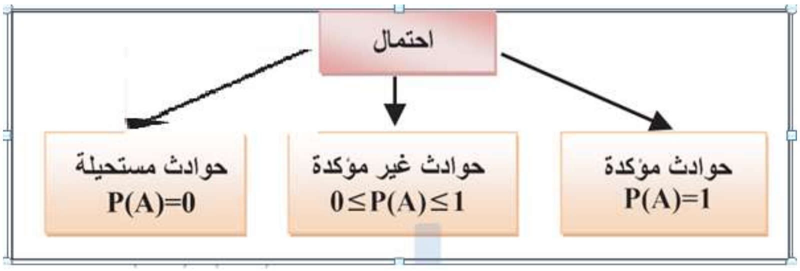
وعليه فالاحتمال عدد موجب تماما (لا يكون سالباً).

مجموع احتمالات أحداث تجربة ما يساوي الواحد

يرمز لمقياس الاحتمال بالرمز (P) وهو الحرف اللاتيني P الذي يرمز إلى الكلمة اللاتينية (probate)

وهو مصطلح إحصائي بحت، عبارة عن رقم (عدد) يستعمل لتأويل (تقييم) المقاييس الإحصائية.
القيمة الاحتمالية تخبرنا عن حجم الاحتمال بأن الاختلاف المقاس يوافق الصدفة.

والشكل أدناه يبين أنواع الاحتمال وفقا لأنواع الأحداث.



شكل رقم (8 – 7) أنواع احتمال الحوادث

لقياس الاحتمال عدة مفاهيم أهمها التعريف الكلاسيكي والرياضي.

التعريف الكلاسيكي للإحتمال (Classical Definition of Probability):

إذا كان عدد الطرق التي يمكن أن تظهر بها نتائج تجربة ما هو n طريقة وكانت هذه النتائج لها الفرصة نفسها في الظهور، وكان من بينها m طريقة تظهر بها حادثة ما، فإنه يقال أن احتمال وقوع الحادثة هو $\frac{m}{n}$ بحيث $m < n$ •

فاذا رمزنا للحادثة بالرمز A فان $n(A)$ يعبر عن عدد الحالات (عناصر) الحادثة A مقسومة على عدد جميع النتائج الممكنة للتجربة $n(S)$ ويعبر عن ذلك:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{عدد عناصر الحادثة}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

مثال 28-7:

إذا كان لديك 10 بطاقات مرقمة من 1 الى 10 موضوعة على طاولة بشكل عشوائي ومقلوبة، ثم سحبت احدى هذه البطاقات، جد احتمال:

1. الحصول على بطاقة تحمل الرقم 4.
2. ما احتمال الحصول على بطاقة تحمل رقم يقبل القسمة على 3.

الحل:

1. نجد أولا فضاء العينة هو الأرقام من 1 الى 10.

S={ 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 }، عدد فضاء العينة n(S) =10

نفرض أن A: حادث الحصول على بطاقة تحمل الرقم (4)، n(A) =1

فيكون احتمال الحصول على بطاقة (4) هو:

$$p(A)=\frac{m}{n}=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{10}=0.1$$

2. نفرض B: حادث الحصول على بطاقة تقبل القسمة على (3)

B={9,6,3}, n(B)=3

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}==\frac{3}{10}=0.3$$

مثال 29-7:

في تجربة رمي حجر نرد، كان فضاء العينة {6، 5، 4، 3، 2، 1} =S جد احتمال

1. حادثة عدد فردي.
2. حادثة عدد زوجي.
3. حادثة عدد أقل من 6.
4. حادثة ظهور عدد 6 على الأقل. 5. حادثة ظهور عدد أقل من 10.

الحل:

1. نفرض A حادثة عدد فردي، n(A) =3

A={1,3,5}

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}$$

2. B حادثة عدد زوجي n(B) =3 B{2,4,6}

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{6}$$

3.C حادثة ظهور عدد أقل من 6 $n(C)=5$ $C=\{1,2,3,4,5\}$

$$P(C)=\frac{5}{6}$$

4. Dحادثة ظهور عدد 6 على الأقل $n(D)=1$ $D=\{6\}$

$$P(D)=\frac{1}{6}$$

5.E حادثة ظهور عدد أقل من 10 $E=\{1,2,3,4,5,6\}$

$$P(E)=\frac{6}{6}=1$$

عزيز الطالب .....

في حالة طلب تحديد نوعية الحوادث لكل حالة فأننا تعتمد على ناتج مقياس الاحتمال

مثال 30-7:

عند إلقاء قطعة تقود معدنية مرتين على التوالي وملاحظة الوجه الظاهر جد احتمال:

1. ظهور الكتابة مرتين.
2. الحصول على صورة في الرمية الأولى.
3. الحصول على كتابة في الرمية الأولى.

الحل:

فضاء العينة $S=\{HH, HT, TH, TT\}$

1. افرض A حادثة ظهور الكتابة مرتين وأن:

$n(A)=1$, $A=\{TT\}$

$$P(4)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{4}$$

2. أفرض أن B حادثة الحصول على صورة في الرمية الأولى فهذا يعني أن: وعليه فان:

$B=\{HH ,HT\}$ وان $n(B)=2$ وعلية فان

$$P(B)=(n(B))/(n(S))=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

3. افرض أن C الحصول على كتابة في الرمية الأولى فان:

$C=\{HH, TH\}$ وأن $n(c)=2$ وعليه فأن:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

مسلمات نظرية الإحتمالات

1. **يرافق كل حادث A عدد معين P(A) و يحقق $P(A.) \geq 0$.**
2. **احتمال وقوع حادث مؤكدة =1 واحتمال الحادثة المستحيلة = 0**
3. **إذا كان A حادث وإن احتمال عدم حدوثه هو احتمال حدوث**

$p(\bar{A}) = 1\text{-P}A), \bar{A}$

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

4. **مجموع احتمال النواتج الممكنة للحادثة=1، لأن P(S) =1**

أفرض أن A تمثل حادث نجاح لؤي، فيكون$\bar{A}$احتمال رسوبه.

إذا احتمال رسوب لؤي: $P(\bar{A}) = 1- P(A)$

احتمال رسوب لؤي $=P(\bar{A})=1-0.6=0.4$

تمارين قياس الاحتمال

1. أكمل العبارات الآتية بما يناسبها:

A. مجموع إحتمالات جميع النتائج الممكنة لأي تجربة = ...

B. عند القاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الصورة = ...

C.إذا ألقيت قطعة نقود مرتين متتاليتين فإن إحتمال عدم ظهور الكتابة = ...

2. عند القاء حجر النرد (زهر الطاولة) مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي احسب احتمال:

A. الحصول على العدد 3.

b. الحصول على عدد أقل من 5.

C. الحصول على عدد أكبر من 6.

3. حقيبة فيها تسع بطاقات مرقمة من 1- 9 سحبت منها بطاقة عشوائياً جد:

a. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد موجب.

b. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد أكبر من 2.

C. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد أولي.

d. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد أكبر من 3.

4. أريد اختيار طالبين عشوائيا من مجموعة طلاب (أحمد، مصطفى، أنس، محمد) فإن احتمال أن يكون أنس من بين هذين الطالبين يساوي:

a= $\frac{1}{3}$　　b $= \frac{1}{2}$　　c= $\frac{1}{4}$

5. يحتوي صندوق 10 بطاقات متماثلة مرقمة من 1-10 فان احتمال أن يكون الرقم المسجل في البطاقة زوجيا عند سحبها:

a=1/2 b=1/5 c=2/5

6. إذا كان احتمال إصابة الهدف عند رمي السهم0.2 فما احتمال أن تخطئ إصابة الهدف.

7. اشتركت إيناس في مسابقة ثقافية وطلب منها سحب بطاقة عشوائياً من صندوق به 300 بطاقة، منها 20 بطاقة رابحة. ما إحتمال عدم سحب بطاقة رابحة؟

7-7: قوانين الاحتمال (The laws of Probability):

هنالك قانونان مهمان في حساب الاحتمالات هما قانون الجمع وقانون الضرب

قانون الجمع (Addition law):

تستعمل قاعدة الجمع لقياس قيمة احتمال إحدى الحادثتين بالنسبة إلى الأخرى وتعتمد أساسا على بديهية وجود أو عدم وجود التنافي بين الحوادث. وأن الرمز المستعمل لعملية الجمع (∪) و(أو) و(على الأقل)، وفيما يأتي بيان حالات الجمع بالنسبة لحالة الحوادث.

a. اذا كان A و B حادثتين متنافيتين فإن:

$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$ أو $P(A \text{ or } B)=P(A)+P(B)$

مثال 31-7:

في تجربة رمي حجر نرد متزن مرة واحدة جد احتمال الحصول على عدد فردي؟

الحصول على عدد فردي معناه الحصول على العدد 1 أو 3 أو 5. وحيث أن هذه الأعداد تمثل حوادث متنافية فإن: $P(1 \cup 3 \cup 5)= P(1)+P(3) + P(5)$

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

b. في حالة الحوادث غير المتنافية

$P(A\cup B)= P(A)+ P(B) - P(A\cap B)$

مثال 7-32:

احتمال سقوط المطر في فصل الربيع 0.52 واحتمال الطقس أن يكون مشمساً 0.36 ما هو احتمال أن يكون الطقس مشمساً أو ممطراً.

وجود الرمز (أو) دلالة على عملية الجمع، فالقانون يكون:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-PA\cap B)$

نفرض أن A تمثل حادث المطر. ونفرض أن B يمثل حادث الطقس المشمس.

$P(A\cap B)=P(A)P(B) = (0.52)\ (0.36)= 0.18$

$P(A \text{ or } B)=(0.52)+(0.36)-0.18 =0.70$

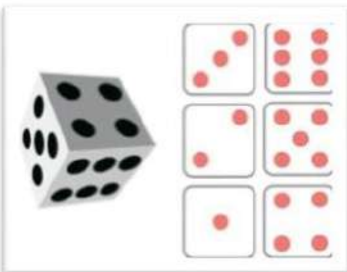
قانون الضرب (Multiplication Law):

يستعمل في حالة الأحداث المستقلة اذا كان الحادثان A,B يمكن وقوعهما معاً، فإن الاحتمال ($P(A\cap B$ يمكن التعبير عنه كالآتي:

$$P(A\cap B)=P(A)\ P(B)$$

مثال 7-33:

ألقي حجرا نرد مرة واحدة ما هو أحتمال ظهور الوجه ذي الرقم 5 على النرد الاول والوجه ذي الرقم 2 على النرد الثاني.



نفرض A= حادث ظهور الوجه ذو الرقم 5.

B= حادث ظهور الوجه ذو الرقم 2.

بما أن الحادثتين مستقلتين فان:

$P(A\cap B) = P(A)\ P(B) = (\frac{1}{6})\ (\frac{1}{6}) =\frac{1}{36}$

الرموز والأحرف الدالة على استعمال قاعدة الضرب للأحداث المستقلة تمثل ب ((∩))، (و)،(ثم)

مثال 7-34:

اذا كانت A و B حادثتين مستقلتين، وكان $P(A)=0.6,\ P(B)=0.5$

جد $P(A\cup B)$؟

بما أن A,B حادثين مستقلان، فإن

$$P(A\cap B) = P(A)\,P(B)$$

$$P(A\cap B) = (0.6)\,(0.5) = 0.3$$

وعليه فإن

$$P(A\cup B)= P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$ اذا

$$P(A\cup B) = 0.6 + 0.5 - 0.3 = 0.8$$

مثال 7-35:

في تجربة رمي حجر النرد كان فضاء العينة $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ جد:

1. احتمال الحصول على عدد زوجي وفردي

2. احتمال الحصول على عدد زوجي أو فردي.

الحل:

نفرض أن A تمثل حادث عدد زوجي $A=(2,4,6), n(A)=3$

نفرض B تمثل حادث عدد فردي $B=(1,3,5), n(B)=3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A\cup B)= P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$A\cap B = \varnothing \qquad P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$$

$$P(A\cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - 0 = \frac{6}{6} = 1$$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B) \qquad = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = 0.25$$

مثال 36-7:

صندوق يحتوي 3 كرات سوداء و5 كرات بيضاء فاذا سحبت كرتين بالتتابع جد احتمال آن تكون الكرتان من اللون الأسود اذا كان:

a. السحب مع الإعادة

b. السحب من دون إعادة.

الحل:

نفرضA تمثل حادث الكرة المسحوبة سوداء.

نفرضB تمثل حادث الكرة المسحوبة.

عدد الحالات الكلية = عدد الكرات السوداء+عدد الكرات البيضاء

N(S)= 3+5 = 8

a. السحب مع الإعادة ⇦ الأحداث المستقلة

P(A∩B)=P(A)P(B)

$P(A) = (\frac{n(A)}{n(S)}) = \frac{5}{8} = 0.6$

و

$P(B) = ((n(B))/(n(S)) = \frac{3}{8} = 0.3$

P(A)P(B) =(0.3)(0.6) =0.1

b. السحب من دون اعادة:

الحل:

$$P(B) = \frac{5}{7}, P(A) = \frac{3}{8}$$

لأن عدد الكرات المسحوبة نقصت 1 من السجب من دون إعادة فينقص من البسط 1 ليصبح 2 وكذلك يقل عدد الكرات الكلي بمقدار 1 ليصبح 7.

$$P(B)\,P(B) = \frac{5}{7}\ X\ \frac{3}{8} = 0.2$$

مثال 37-7:

سحبت قطرة دم من شخص يرغب فحص دمه. ماهو احتمال آن دم هذا الشخص من غير الصنف صنف O؟

الحل:

الاحتمال = $\frac{\text{عدد الحالات الممكنة}}{\text{عدد الحالات الكلية}}$.

هنالك اربع اصناف من الدم هي {O, B, A, AB }

$P(0) = \frac{1}{4}$

n(o)=1

n(A)=1

n(B)=1

n(AB)=1

بما أن أصناف الدم هي اما A أو B أو AB أو0:

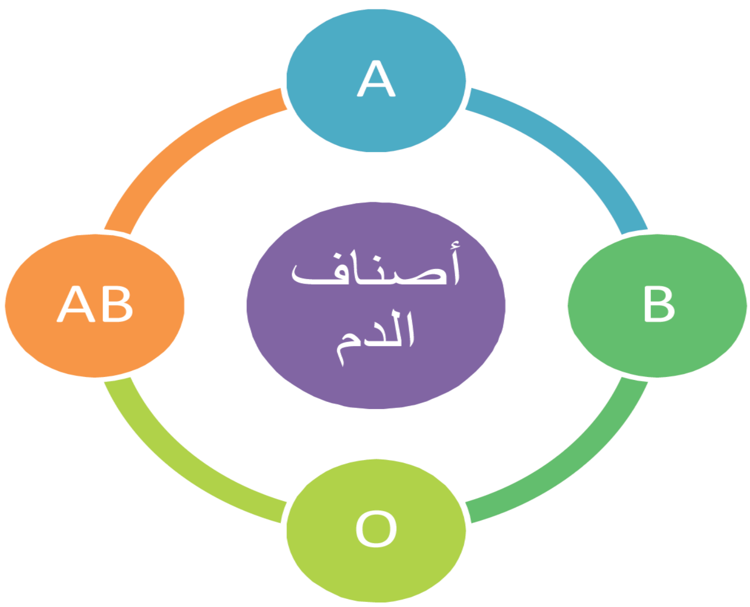
P (A or B or AB)= P(A)+P(B)+P(AB).........

P (A or B or AB)= 1/4 +1/4+1/4 = 3/4 = 0.75

بطريقة أخرى وبما أن مجموع الحالات الممكنة يساوي 1 أي:

P(A)+P(B)+P(AB)+P(O)=1

P(O) = 1-(1/4) = 3/4 = 0.75



تمارين قوانين الاحتمال

1. مجموع إحتمالات جميع النتائج الممكنة لأي تجربة = ...

2. عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن إحتمال ظهور الصورة = ...

3. اذا القيت قطعة نقود مرتين متتاليتين فإن إحتمال عدم ظهور الكتابة = ...

4. عند إلقاء حجر النرد (زهر الطاولة مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي احسب إحتمال:

a. الحصول على العدد 3

b. الحصول على عدد أقل من 5.

c. الحصول على عدد أكبر من 6.

5. حقيبة فيها تسع بطاقات مرقمة من 1-9 سحبت منها بطاقة عشوائية جد:

a. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد موجباً.

b. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد أكبر من 2.

c. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدداَ أولياً.

d. احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عدد أكبر من 3.

6. تم إختيار طالبين عشوائيا من مجموعة طلاب (أحمد، مصطفى، أنس، محمد) فإن إحتمال أن يكون أنس من بين هذين الطالبين يساوي:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$

7. يحتوي صندوق 10 بطاقات متماثلة مرقمة من 1-10 فان احتمال أن يكون الرقم المسجل في البطاقة زوجيا عند سحبها:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{5}$

8. إذا كان احتمال إصابة الهدف عند رمي السهم 0.2 فما احتمال أن تخطئ إصابة الهدف.

9. اشتركت إيناس في مسابقة ثقافية وطلب منها سحب بطاقة عشوائياً من صندوق به 300 بطاقة، منها 20 بطاقة رابحة. ما احتمال عدم سحب بطاقة رابحة؟

10. في وجبة إنتاج مؤلفة من 12 وحدة توجد أربع وحدات معيبة، فإذا علمت أنهتم سحب 3 وحدات من هذه الوجبة عشوائياً الواحدة تلو الأخرى. ماهو الاحتمال أن تكون هذه الوحدات:

A : جيدة B : معيبة

المصادر العربية:

1- البياتي، محمود مهدي، القاضي، دلال، "البحث العلمي وأساليبه في استخدام برنامج SPSS". الجزيرة للطباعة والنشر، بغداد. العراق 2012.

2- المشهداني، كمال علوان خلف، الشمري، نذير عباس ابراهيم، "احصاء المال والأعمال".الجزيرة للطباعة والنشر، بغداد العراق 2010.

3- المشهداني، محمود حسن، وهرمز، أمير حنا، "الأحصاء" ط1 مطبعة جامعة الموصل،العراق 1989.

4- القاضي، دلال آخرون- القاضي، دلال آخرون "الإحصاء للإداريين والاقتصاديين". دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن 2005.

5- أبو صالح، محمد صبحي "الطرق الإحصائية "، جامعة العلاقات الدولية، برنامج التعليم المفتوح 2000.

6- هويدي، هشام هنداوي، محمد مروان عمر، "الاحصاء التحليلي بين النظرية والتطبيق" جامعة القادسية ط1 2011.

7- شومان، عبد اللطيف حسن، "مقدمة في الاحصاء التطبيقي" دار الجنان، الأردن ط1 2009.

8- شعبان عبد الكريم عادي، "تطبيقات في الأساليب الكمية وبحوث العمليات" مطبعة الغري الحديثة، العراق - النجف 2008.

و- محمد نجيب حسن والأمير عبد الكريم عبد، "المدخل الى علم الإحصاء" دار شموع الثقافة، السعودية طه 2004.

10- أبو صالح، محمد صبحي، "الموجز الى الطرق الإحصائية" دار اليازوري، الأردن ط20021.

11- الصياد، جلال الدين، ربيع، عبد الحميد محمد، "مبادئ الطرق الاحصائية" دار حافظ للنشر والتوزيع ط1 2009.

12- الصياد، جلال الدين وربيع، عبد الحميد محمد، عادل سمرة "الاحصاء" دار حافظ ط1 1991.

المصادر الاجنبية:

1- Lind-Marchal-waphen (2011)"Basic Statistics for business and economical", McGraw-Hill. seventh -ed.

2- Robert D.Mason and others (1999), "Statistical techniques in business and economics", Irwin McGraw-Hill. Tenth Ed.

3-Ronald N.Weils Weir, (2002)'Introduction to business Statistics".Duxbury .4th ed.

4- Muhammad E - Taha,(2003) "Introduction Probability and Statistics”

5- Brenda Meery-ck-12-org , (2010)" Basic Probability and Statistics "short course.

6- David A. Kenny -John Wiley and Sons :Inc,1979.'Correlation and Causality".

7- Matthias Vallentin. Vallen.net.(2012) "Probability and Statistics".

8-Danie chilkoshirly , Dowdy ,staelyweaden , "Statistical forresearch ", Wiley series, New York,3rd ed,4)

المحتـــويات

المحتويات

المحتويات

المحتويات

ملاحظات